ЛЕНИНГРАДСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ М.И.КАЛИНИНА

На правах рукописи

РУДЯК Валерий Яковлевич

УДК 532:533:536

К СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИССИПАТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ В ГАЗАХ И ЖИДКОСТЯХ

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Ленинград - 1989

Работа выполнена в Новосибирском инженерно-строительном институте им. В.В.Куйбышева

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Г.В.Дубровский

доктор физико-математических наук, профессор Д.Н.Зубарев

доктор физико-математических наук профессор И.К.Лифанов

Ведущая организация: институт Механики МГУ

Защита состоится "___" ______________ 198__ г. в _____ часов на заседании специализированного совета по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора физико-математических наук (   ) при Ленинградском политехническом институте им. М.И.Калинина (195251, Ленинград, Политехническая, 29).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЛПИ.

Автореферат разослан "___" ______________ 198__ г.

Ученый секретарь
специализированного совета
доктор физико-математических
наук   Е.М.Смирнов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Исследование диссипативных процессов в газах и жидкостях обусловлено необходимостью решения задач, возникающих в современной аэродинамике, гидродинамике, физике плазмы, теплофизике, химической кинетике, химической технологии, биологии и в целом ряде других областей науки. Построение адекватной теории таких процессов оказывается необходимым и при решении самых разных практически важных задач, поскольку явления природы обычно диссипативны.

Спектр задач механики жидкости и газа чрезвычайно широк. Каждая из них требует обычно своего уровня описания. Так решение задач динамики одноатомного разреженного газа сводится к решению уравнения Больцмана. Ввиду исключительной сложности последнего до сих пор не существует какой-либо общей методики построения его точных решений. На практике поэтому используются приближенные методы решения уравнений Больцмана (моментные и методы малого параметра), численные методы и методы моделирования. В связи с этим возникает важная задача исследования области применимости различных методов и их взаимосвязи.

В отличие от разреженного газа, развитие кинетической теории плотных газов остается неудовлетворительным: теория все ещё не располагает основополагающим кинетическим уравнением. Принципиальными здесь являются две задачи: вывод строгих кинетических уравнений и разработка на их основе модельной теории. Последнее необходимо, ибо вычисление, например, коэффициентов переноса плотного газа в рамках строгой теории принципиально невозможно.

Классическая кинетическая теория газов приводит к сравнительно простым формулам для расчета коэффициентов переноса. С другой стороны, построение кинетических уравнений для систем частиц со сложной внутренней структурой затруднено. Во многих случаях однако достаточным является гидродинамический уровень описания. Сплошные среды с развитой внутренней структурой (например, вязкоупругие, асимметричные, магнитные, анизотропные и т.п. жидкости) уже не описываются традиционными уравнениями гидродинамики. Установить законы переноса феноменологически (а эти законы могут быть нелокальными и нелинейными) чрезвычайно трудно. И даже если это удастся сделать, подобные законы будут сформулированы с точностью до некоторых функций. Чтобы последовательно учесть характер влияния внутренней структуры среды на свойства переноса, необходимо исходить из первых принципов: с микроскопического уровня описания. Такой подход осуществим на основе фундаментальной идеи Н.Н.Боголюбова о сокращении уровня описаний системы.

Начиная с известной работы Прандтля, предпринимаются многочисленные попытки выделить внутренние структурные элементы турбулентной среды. В ряде случаев в качестве таких элементов могут выступать малые дискретные носители завихренности. Впервые на полезность такой идеи указал Онзагер. Возникает однако вопрос о том, когда подобная модель течения будет достаточно обоснована. Чтобы ответить на него снова надо исходить из первых принципов, но теперь уже построить дискретную вихревую модель из исходного континуального описания.

Актуальность указанных задач механики жидкости и газа обусловлена как внутренними потребностями теории с целью совершенствования её методов и расширения возможностей, так и многочисленными важными приложениями. Предметом исследования данной диссертационной работы является изучение необратимых явлений в системах частиц разной физической природы. Все исследования объединены методологически: законы переноса рассмотренных сред формулируются из первых принципов.

Целью работы является:

- вывод и изучение основных кинетических уравнений разреженных газов и исследование области применимости методов малого параметра решения уравнения Больцмана;

- построение кинетической теории плотного газа без расходимостей. Исследование влияния на процессы переноса в газах и жидкостях (в том числе неклассических) эффектов памяти и нелокальности среды. Разработка модельных кинетических уравнений плотного газа и модельных уравнений гидродинамики неклассических жидкостей.

- построение дискретных вихревых моделей двумерной гидродинамики и разработка метода вихревой динамики. Изучение на основе этого метода механизмов развития неустойчивости и образования когерентных структур в сдвиговых течениях.

Научная новизна результатов диссертации. В работе на основе идей Н.Н.Боголюбова, Р.Цванцига, Д.Н.Зубарева, Дж.Маклеллана, И.Пригожина, Ю.Л.Климонтовича развит новый метод описания диссипативных процессов. Этот метод по сути близок к проекционному, но в отличие от него определяет процедуру, позволяющую установить явный вид оператора проектирования. На основе этого метода были получены основные кинетические уравнения разреженного газа, кинетические уравнения плотного газа, обобщенные уравнения гидродинамики. Здесь следует отметить следующие конкретные результаты.

Изучена область применимости методов малого параметра решения уравнения Больцмана. В частности, проведено сравнение различных приближений метода Чепмена-Энскога. Это сравнение свидетельствует в пользу применения приближений не выше барнеттовского. Предложен модифицированный метод малого параметра, дающий сравнительно простой алгоритм уточнения навье-стоксовского решения.

Из уравнения Лиувилля в пределе разреженного газа выведены основные кинетические уравнения. Для пространственно неоднородного и структурного газа это сделано впервые. Изучена связь решений этих уравнений с решениями уравнения Больцмана. Разработаны тесты, позволяющие оценить точность решения, получаемого методом прямого статистического моделирования (методы Берда, О.М.Белоцерковского и В.Е.Яницкого и др.), по отношению к решению уравнения Больцмана.

Построена кинетическая теория плотных газов, которая, в отличие от известных, не содержит расходящихся выражений в высших приближениях по плотности. Как следствие расходящихся выражений не содержат коэффициенты переноса. Выведены кинетические уравнения плотного бесструктурного и структурного газов (внутренние степени свободы описывались классически) с реальными потенциалами взаимодействия. Вычислены термодинамические переменные умеренно плотного газа и получено его уравнение состояния.

Предложены модельные кинетические уравнения неидеального газа. Установлена их связь с известными уравнениями Энскога и Райса-Оллнетта. Построено решение модельного кинетического уравнения и получены формулы для расчета коэффициентов переноса. Эти формулы подробно исследованы для случая умеренно плотного газа. Проведены расчеты коэффициента вязкости. Показано, что предлагаемая теория позволяет продвинуться в сторону больших, чем это было возможно ранее, плотностей, и предсказать правильное поведение коэффициента вязкости в зависимости от температуры.

На основе предложенного автором метода выведены обобщенные уравнения переноса для вязкоупругих, вязких и асимметричных сред, что можно рассматривать в качестве обоснования соответствующих феноменологических уравнений. Исследованы различные модели релаксационных ядер переноса. Показано, что для разреженного газа при слабых отклонениях от локального равновесия они имеют экспоненциальный вид, а соответствующие уравнения гидродинамики оказываются гиперболическими. Для более плотного газа наряду с экспоненциальной следует использовать гауссовскую и некоторые более сложные модели. Изучено влияние на процессы переноса эффектов памяти и нелокальности среды и построены соответствующие модельные уравнения гидродинамики.

Разработан вариационный метод построения дискретных вихревых моделей для плоских и осесимметричных течений. На его базе развит метод вихревой динамики, позволяющий исследовать эволюцию гидродинамических течений при больших числах Рейнольдса. С помощью этого метода систематически изучены процессы образования крупномасштабных вихревых структур и их распада. Обнаружен новый механизм образования когерентных структур в системе изолированных вихрей - коллапс вихрей конечного размера. Исследованы как линейная, так и нелинейная стадии неустойчивости в слое сдвига, слое смешения, следе, в разгонном вихре. Показано, что процессы вторичной неустойчивости в сдвиговом слое определяются конкуренцией субгармонических возмущений и в зависимости от их начальных амплитуд и фаз протекают по различным каналам.

В последующем было исследовано влияние на эволюцию сдвиговых течений внешнего акустического поля. Установлена связь между амплитудой и фазой внешнего акустического поля и амплитудой, фазой генерируемых им вихревых возмущений. Предложены акустические методы управления развитием неустойчивых вихревых возмущений в слое смешения как в линейной, так и в нелинейной областях их развития.

Перечисленные достаточно общие результаты были получены в диссертации впервые и вносят заметный вклад в формирование нового научного направления статистической теории диссипативных процессов жидкостей и газов.

Обоснованность научных положений и выводов, сформулированных в диссертации, следует из непротиворечивости и полноты приведенных доказательств, сопоставления полученных результатов с известными теоретическими и экспериментальными данными. Во всех случаях такое сравнение свидетельствовало в пользу предлагаемой здесь теории. Везде, где это было возможно, предлагаемые методы тестировались на известных точных решениях и оговаривалась точность полученных результатов.

Практическая ценность работы обусловлена широким кругом решавшихся в ней задач и характером полученных результатов. Метод прямого статистического моделирования (ПСМ) является на сегодня фактически основным методом решения задач обтекания аппаратов потоком разреженного газа. Разработка методов тестирования получаемых при этом решений чрезвычайно важна, так как в реальных расчетах всегда приходится ограничиваться сравнительно малым числом частиц. Важным представляется и вывод основных кинетических уравнений структурного разреженного газа, поскольку делает возможным обоснованное развитие метода ПСМ и для этого случая, что практику и интересует в первую очередь.

Развитие методов расчета коэффициентов переноса плотного газа и создание соответствующей последовательной теории может найти широкое применение как в космической аэродинамике, например, при исследовании атмосфер планет Солнечной системы, так и в химической технологии при создании высокопроизводительных химических реакторов.

Вывод и исследование обобщенных уравнений гидродинамики дает новые средства развития математической теории и решения практических задач, связанных с изучением неклассических жидкостей.

Наконец, разработанный метод вихревой динамики (МВД) уже применяется для моделирования нестационарных струй, следов и отрывных течений. Созданный комплекс программ сравнительно просто адаптируется для решения самых разных задач аэрогидромеханики. Выполненное в диссертации исследование механизмов образования когерентных структур полезно в связи с возможными приложениями в задачах физико-химической газодинамики.

Решение задачи о восприимчивости слоев смешения к звуку позволяет оценить воздействие на течение внешнего акустического поля и может быть использовано при проектировании дозвуковых аэродинамических труб и других подобных устройств. Предлагаемые в диссертации методы управления развитием неустойчивости в свободных сдвиговых течениях требуют минимальных энергетических затрат и весьма перспективны для применения при создании и разработке самых разных технических устройств и технологических процессов.

Различные результаты, полученные в ходе выполнения диссертации, используются в исследованиях, проводимых в ИТПМ СО АН СССР, ИТ СО АН СССР, НИИ Механики МГУ, ИГ АН УССР. По материалам диссертации в НГУ в течении нескольких лет читался спецкурс "Введение в теорию диссипативных процессов".

На защиту выносятся следующие основные результаты диссертации:

I. Изучена область применимости методов малого параметра решения уравнения Больцмана. В частности, проведено сравнение различных приближений метода Чепмена-Энскога на примере точных решений системы моментных уравнений. Это сравнение свидетельствует в пользу применения приближений не выше барнеттовского.

2. Предложен модифицированный метод малого параметра решения уравнения Больцмана, дающий сравнительно простой алгоритм уточнения навье-стоксовского решения. Важной особенностью этого метода является то, что число граничных условий для уравнений гидродинамики высших приближений остается таким же, как и для уравнений Навье-Стокса. Наконец, модифицированный метод также, как и другие обобщенные методы малого параметра, позволяет в принципе решить задачу начального слоя.

3. Из уравнения Лиувилля в пределе разреженного газа выведены основные кинетические уравнения как для бесструктурного, так и для структурного газов. Показано, что при любом конечном числе частиц в системе N соответствующее уравнение для одночастичной функции распределения отличается от уравнения Больцмана наличием источникова члена, содержащего двухчастичную корреляционную функцию. Эта корреляционная функция при $t \to 0$

отлична от нуля даже при однородных начальных данных; причем корреляция тем больше, чем меньше , При применении метода прямого статистического моделирования в качестве теста точности получаемого решения по отношению к решению уравнения Больцмана предлагается использовать решения для моментных уравнений, исследованные автором.

4. Разработан новый метод решения цепочки уравнений ББГКИ, который в отличие от известных не использует условий синхронизации и полного ослабления начальных корреляций. При выводе уравнения для одночастичной функции распределения применялось условие сохранения статистических корреляций. Это позволяет, в частности, устранить расходимости в коэффициентах переноса в высших приближениях по плотности, появляющиеся в методе Боголюбова и в родственных ему теориях.

5. Выведены кинетические уравнения плотного бесструктурного и структурного газов с реальными потенциалами взаимодействия, в том числе с учетом межмолекулярных сил притяжения и неаддитивных взаимодействий. Показано, что в приближении умеренно плотного газа неаддитивные взаимодействия определяют поправки того же порядка, что и трехчастичные столкновения. В приближении умеренной плотности вычислены термодинамические переменные неидеального газа и получено его уравнение состояния.

6. Предложены модельные кинетические уравнения неидеального газа. Установлена их связь с известными уравнениями Энскога и Райса-Оллнетта.

7. Построено решение модельного кинетического уравнения и получены формулы для расчета коэффициентов переноса. Эти формулы подробно исследованы для случая умеренно плотного газа. Проведенные расчеты коэффициента вязкости позволили сопоставить результаты с данными экспериментов и других теорий. Во всех случаях это сравнение свидетельствует в пользу предлагаемой здесь теории. Удается не только продвинуться в сторону больших, чем это возможно было ранее, плотностей, но и предсказать правильное поведение коэффициента вязкости в зависимости от изменения температуры.

8. Построено решение уравнения Лиувилля, соответствующее сокращенному гидродинамическому уровню описания системы. На основе этого решения выведены обобщенные уравнения переноса для вязкоупругих, вязких, асимметричных сред, что можно рассматри-

вать в качестве обоснования соответствующих феноменологических теорий. Подробно обсуждается постановка граничных условий для системы уравнений гидродинамики асимметричной жидкости.

9. Предлагаются различные модели релаксационных ядер переноса. В частности, показано, что для разреженного газа при слабых отклонениях от равновесия релаксационные ядра переноса имеют экспоненциальный вид, а соответствующие уравнения гидродинамики оказываются гиперболическими. Для более плотного газа наряду с экспоненциальной следует использовать гауссовскую и некоторые более сложные модели.

10. Предложены обобщенные уравнения гидродинамики для сред с временной и пространственной дисперсией. Применимость этих уравнений проанализирована для разреженного газа на примере задачи Рэлея.

11. Предложен вариационный метод построения дискретных вихревых моделей для плоских и осесимметричных течений. На его базе разработан и описан метод вихревой динамики, позволяющий исследовать динамику гидро- и газодинамических течений при больших числах Рейнольдса. Метод оттестирован на задачах, имеющих точные решения. Проведено сопоставление вихревой динамики с методами точечных вихрей и методом Чорина.

12. С помощью метода вихревой динамики систематически изучены процессы образования крупномасштабных вихревых структур и их распада. Исследованы как линейная, так и нелинейная стадии развития неустойчивости в слое сдвига, слое смешения, следе, в разгонном вихре. Показано, что процессы вторичной неустойчивости определяются конкуренцией субгармонических возмущений и в зависимости от их начальных амплитуд и фаз протекают по различным каналам.

13. Исследовано влияние на эволюцию сдвиговых течений внешнего акустического поля. Показано, что наличие поля приводит к генерации на острой кромке обтекаемого тела вихревых возмущений. Аналитически решена задача о восприимчивости к звуку слоя смешения и определены амплитуды генерируемых звуком вихревых возмущений.

14. Предложены методы управления (как линейный, так и нелинейный) развитием неустойчивости слоя смешения. Реализация этих методов достаточно проста, что позволяет использовать их на практике.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались: на У - (Алма-Ата, 1981г.) и УI - (Ташкент, 1986 г.) Всесоюзных съездах по теоретической и прикладной механике; на IУ - (Звенигород, 1975 г.), УП - (Северодонецк, 1980 г.), УШ - (Москва, 1985 г.), IX - (Свердловск, 1987 г.) Всесоюзных конференциях по динамике разреженных газов; на ХШ - (Новосибирск, 1982 г.), XIУ - (Тсукуба, 1984 г.) и ХУI - (Пасадена, 1988 г.) Международных симпозиумах по динамике разреженных газов; на У - (Рига, 1979 г.), УI - (Медео, 1981 г.), УП - (Кобулети, 1983 г.) Всесоюзных школах по моделям механики сплошной среды; на X - (Новосибирск, 1984 г.) и XI - (Свердловск, 1988 г.) Всесоюзных школах по численным методам в вязкой жидкости (Новосибирск, 1984 г.); на У - (Москва, 1986 г.) и УI - (Москва, 1988 г.) Всесоюзных школах по нелинейным задачам гидродинамической устойчивости;
на II Международном симпозиуме по ламинарно-турбулентному переходу (Новосибирск, 1984 г.); на Виллеровском коллоквиуме по прикладной математике (Дрезден, 1983 г.); на Ш Международной конференции по необратимым явлениям (Кюлунгсборн, 1985 г.); на IУ Всесоюзной конференции по аэрофизическим исследованиям (Новосибирск, 1986 г.); на IX Международной конференции по нелинейной акустике (Новосибирск, 1987г.); на Всесоюзной конференции "Современные проблемы физики" (Москва, 1987 г.); на Всесоюзной конференции по механике неоднородных сред (Ленинград, 1987 г.); на ХШ Всесоюзном семинаре по струйным течениям (Новосибирск, 1987 г.), на I Советско-японском симпозиуме по численным методам механики сплошной среды (Хабаровск, 1988 г.) а также на научных семинарах МИАН СССР, ИКИ АН СССР, ВЦ АН СССР, Институте механики МГУ, ЛФТИ АН СССР, ЛГУ, ИТПМ СО АН СССР, ИТ СО АН СССР, ИГ СО АН СССР.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в монографии /I/ и работах /2-35/.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, пяти приложений (среди них приложение IУ - рисунки и приложение У - таблицы) и списка литературы. В работе 315 страниц, включая 46 страниц иллюстраций (3 таблицы, 58 рисунков). Список литературы состоит из 326 наименований (30 страниц).

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении дан краткий обзор литературы, имеющий целью обрисовать основные направления, современный уровень развития и проблемы статистической теории диссипативных процессов в газах и жидкостях. Это позволило обосновать актуальность выполненных в диссертации исследований, и указать их место среди работ других авторов, посвященных данной проблематике. Здесь же сформулированы цели и задачи работы и кратко описана её структура.

Первая глава посвящена изучению области применимости методов решения уравнения Больцмана и метода ПСМ.

В §§I.I и I.2 обсуждается область применимости методов Гильберта и Чепмена-Энскога. Здесь показано, что оба метода дают асимптотические решения уравнения Больцмана, применимые вне начального слоя ($t \gg \tau_\ell$, τ_ℓ – время свободного пробега молекул) и при малых числах Кнудсена (Kn). Методы Гильберта и Чепмена-Энскога приводят к двум различным асимптотическим решениям уравнения Больцмана. При решении уравнения Больцмана методом Гильберта в решении появляются растущие со временем члены. По этой причине метод Гильберта не позволяет изучать процесс установления состояний газа и применим для решения нестационарных задач лишь при малых вязкости, теплопроводности газа и градиентах гидродинамических величин. При решении стационарных задач динамики разреженного газа метод Гильберта в общем случае также не применим, так как граничные условия для уравнений гидродинамики первого приближения оказываются граничными условиями совершенного газа. Поэтому, чтобы с помощью этого метода получать физически правильные результаты, следует переинтерпретировать граничные условия, задавая в первом приближении условия прилипания.

Область применимости метода Чепмена-Энскога значительно шире, чем метод Гильберта, так как он позволяет изучать процессы вязкой диссипации и приближения системы к равновесному состоянию. Границы применимости различных приближений, навье-стоксовского, барнеттовского и третьего порядка (была построена функция распределения барнеттовского приближения и вычислены напряжения третьего порядка) изучались на некоторых точных решениях моментных уравнений класс которых был предложен В.С.Галкиным. Проведенные расчеты показали, что приближение

Барнетта не только уточняет навье-стоксовское при $Kn \ll 1$ но и позволяет продвинуться в область более разреженного газа. Привлечение в рамках метода Чепмена-Энскога приближений более высокого порядка приводит к неудовлетворительным результатам. Отмечается однако, что к результатам, полученным с помощью уравнений Барнетта следует относиться с известной осторожностью, поскольку, как показано А.В.Бобылевым, их решения неустойчивы относительно коротковолновых возмущений.

В §I.3 обсуждаются обобщенные методы малого параметра, метод В.В.Струминского, метод многих масштабов, метод Д.Н.Зубарева и А.Д.Хонькина, а затем предлагается модифицированный метод малого параметра. Идея метода основана на том, что уравнение Больцмана описывает три характерных процесса: начальный переходный процесс, длительность которого порядка τ_l, процесс обтекания тела газом с характерным масштабом времени $\tau_L \sim L/u$ и процесс вязкой релаксации газа с характерным масштабом времени $\tau_\mu \sim \rho L^2/\mu_0$, где L – характерный линейный масштаб течения, u – макроскопическая скорость газа, ρ и μ_0 – соответственно его плотность и вязкость. Если масштабы разделяются $\tau_l \ll \tau_L \ll \tau_\mu$ и $\tau_l/\tau_L \sim Kn \ll 1$, $\tau_L/\tau_\mu \sim Kn \ll 1$, решение уравнения Больцмана можно искать в классе функций $f_1(\vec{r}_1, \vec{p}_1, t) = f_1(\vec{r}_1, \vec{p}_1, t/\tau_l, t/\tau_L, t/\tau_\mu, Kn)$ в виде степенного ряда по числу Кнудсена (f_1 – одночастичная функция распределения). Оператор дифференцирования по времени представляется в форме

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{1}{Kn}\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial_0}{\partial t} + Kn\,\frac{\partial_1}{\partial t},$$

а на первые пять моментов функции распределения φ_α ($\alpha = 0,1,2$, $\varphi_0 = \rho$, $\varphi_1 = \vec{u}$, $\varphi_2 = T$, T – температура газа) накладываются условия: $\varphi_\alpha = \varphi_\alpha^{(0)} + Kn^2\varphi_\alpha^{(2)} + Kn^4\varphi_\alpha^{(4)} + \ldots$. Тогда вне начального слоя $\varphi_\alpha^{(0)}$ удовлетворяют уравнениям Навье-Стокса, а $\varphi_\alpha^{(l)}$, $l > 0$ – неоднородным уравнениям Навье-Стокса. Таким образом, предлагаемый модифицированный метод, в отличие от метода Гильберта, пригоден для изучения течений вязкого теплопроводящего газа и содержит простой алгоритм уточнения навье-стоксовского приближения. Особо следует отметить, что в модифицированном методе число граничных условий для уравнений гидродинамики высших приближений оказывается таким же, что и для уравнений Навье-Стокса. Сравнение модифицированного метода с методом Чепмена-Энскога, проведенное на точных решениях, показывает, что второе и третье приближения модифицированного метода существенно уточняют навье-стоксовское и также, как приближение Барнетта, позволяют продвинуться в сторону большей разреженности газа.

В общем случае при числах Кнудсена порядка единицы методы малого параметра уже не применимы и единственным источником информации являются численные методы решения уравнения Больцмана. Однако и здесь возникающие трудности столь велики, что прямыми методами удается решать лишь одномерные и некоторые модельные плоские задачи динамики разреженного газа. По этой причине на практике при решении задач динамики разреженного газа широко используется метод прямого статистического моделирования. При этом на этапе описания пространственно однородной релаксации задача сводится к решению основного кинетического уравнения Каца. Это уравнение переходит в уравнение Больцмана при $N \to \infty$ и предположении молекулярного хаоса. С другой стороны, в расчетах обычно используется небольшое число частиц. В связи с этим особую актуальность приобретают вопросы о связи основного кинетического уравнения с уравнениями Лиувилля и Больцмана, о характере зависимости его решений от N, о выводе основных кинетических уравнений для пространственно неоднородного и структурного газов. Изучению поставленных вопросов посвящены §§I.4, I.5.

Динамика N -частичной системы классических частиц описывается функцией распределения $F_N(x_1,\dots,x_N,t)$, которая удовлетворяет уравнению Лиувилля

$$\frac{\partial F_N}{\partial t} + \mathcal{L}_N F_N = 0 \qquad (I)$$

В отличие от (I), основное кинетическое уравнение Каца сформулировано относительно пространственно однородной функции

$$\rho_N(\vec{p}_1,\dots,\vec{p}_N,t) = V^N\int d\vec{r}_1\dots d\vec{r}_N\, F_N(x_1,\dots,x_N). \qquad (2)$$

Чтобы вывести такое уравнение, необходимо поэтому проинтегрировать (I) по координатам всех N частиц. В результате получается кинетическое уравнение, интеграл столкновений которого зависит от функции $\rho_N^{(2)}(\vec{p}_1,\dots,x_i,\dots,x_j,\dots,\vec{p}_N)$. Эту последнюю в приближении разреженного газа удается вычислить и мы приходим к основному кинетическому уравнению

$$\frac{\partial \varrho_N}{\partial t} = \frac{1}{V} \sum_{j>i}^{N} \int d\Omega\, v_{ij} \left[\varrho_N(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_i', \dots, \vec{p}_j', \dots, \vec{p}_N) - \varrho_N(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N) \right] \tag{3}$$

Кинетическое уравнение для одночастичной функции рас ре- деления ϱ_1, получающееся из (3), отличается от уравнен я Больцмана наличием источникова члена, который зависит от из- менения парной корреляционной функции $g_2 = \varrho_2 - \varrho_1 \varrho_2$. В глав- ном приближении по N для g_2 справедлива оценка

$$g_2(t) = g_2(t_0)\, e^{-\frac{\nu(t-t_0)}{N}} - A\left[1 - e^{-\frac{\nu(t-t_0)}{N}}\right], \tag{4}$$

где ν – частота столкновений молекул, а A – некоторая функция импульсов. Согласно (4) при малых N корреляции в системе достаточно быстро нарастают, даже если $g_2(t_0) = 0$ В результате решение уравнения (3) будет существенно отли- чаться от соответствующего решения уравнения Больцмана. Сте- пень этого отличия можно с успехом контролировать по функции g_2 или по моментам одночастичной функции распределения. Подобные расчеты на ряде модельных задач уже проведены М.С.Ивановым /35/. Необходимо подчеркнуть, что даже при не- большом N существует доверительный интервал времени, где расчеты методом прямого статистического моделирования хорошо согласуются с расчетом уравнения Больцмана.

Чтобы вывести основное кинетическое уравнение для прост- ранственно неоднородного газа необходимо учесть, что в теории разреженного газа пространственно-временные масштабы порядка размеров молекул r_0 и их времени взаимодействия τ_0 нераз- личимы, Необходимо поэтому ввести огрубленную функцию распре- деления, которая получается из F_N усреднением по времени и пространству с масштабами усреднения τ' и r', причем $\tau_0 \ll \tau' \ll \tau_\ell$, $r_0 \ll r' \ll \ell$ (ℓ - длина свободного пробега молекул).

При классическом описании внутренних степений молекул основное кинетическое уравнение балансного типа удается стро- го вывести лишь в предположении, что изменением функции распределения за счет внутримолекулярных процессов можно пренебречь.

<u>Вторая глава</u> диссертации посвящена развитию кинетической теории неидеальных газов. В §2.I предложен новый метод решения цепочки уравнений ББГКИ

$$\frac{\partial F_s}{\partial t} + \mathcal{L}_s F_s = n_v \sum_{i=1}^{N} \int dx_{s+1} \theta_{is+1} F_{s+1}, \quad n_v = N/V. \tag{5}$$

Суть метода состоит в том, что уравнение (5) сводится к уравнению Лиувилля с источником

$$\frac{\partial F_s}{\partial t} + \mathcal{L}_s F_s = - n_v \lambda_s F_s,$$

в результате интегрирования которого получается формальное решение

$$F_s(t) = \Lambda^{(s)}(t, t_0)\, \overset{\circ}{S}{}^{(s)}_{-(t-t_0)} F_s(t_0), \tag{6}$$

где $S_t^{(N)}$ – обычный оператор сдвига по траектории N частиц. Чтобы получить явный вид оператора $\Lambda^{(s)}$ затем используется вириальное разложение

$$F_s = F_s^{(0)} + n_v F_s^{(1)} + \ldots, \qquad s \geqslant 2 \tag{7}$$

и условие сохранения статистических корреляций

$$S^{(s)}_{-(t-t_0)} F_s(t_0) = \chi_s S^{(s)}_{-(t-t_0)} \prod_i^s F_1(x_i, t_0), \; t - t_0 \gg \tau_0, \tag{8}$$

где χ_s – квазиравновесная корреляционная s – частичная функция, в равновесии она переходит в гиббсовскую.

В §2.2 выводится кинетическое уравнение умеренно плотного газа (учет трехчастичных столкновений) и показывается, что кинетические уравнения высших приближений по плотности не содержат расходящихся членов, так как в операторах многочастичных столкновений появляются обрезающие множители, роль которых играют функции $\chi_s^{(n)}$, $n \geqslant 1$ ($\chi_s = \chi_s^{(0)} + n_v \chi_s^{(1)} + \ldots$). Как следствие расходящихся членов не будут содержать и коэффициенты переноса. Здесь же выводится кинетическое уравнение умеренно плотного газа с неаддитивным трехчастичным потенциалом взаимодействия молекул. Показано, что учет неаддитивных взаимодействий приводит к появлению в кинетическом уравнении дополнительных интегралов столкновения того же порядка, что интеграл тройных столкновений. В §2.3 эти результаты обобщены на случай смесей газов. Подробно обсуждается получающаяся система кинетических уравнений для бинарной смеси газов. Рассмотрены типичные ситуации, когда эта система уравнений существенно упрощается.

Чтобы сделать предлагаемую теорию применимой для газов с реальными потенциалами межмолекулярного взаимодействия (с учетом притягивающей части потенциала) в §2.4 предлагается расщеплять каждое уравнение цепочки (5) по масштабам, характеризующим силы межмолекулярного притяжения r_+ и отталкивания r_-. Это удается сделать, поскольку $r_+ > r_-$. На масштабах порядка r_- имеют место сильные взаимодействия молекул, приводящие к резкому изменению многочастичных функций распределения. На масштабах же порядка r_+ функции изменяются адиабатически. Вывести замкнутые кинетические уравнения удается при выполнении условий

$$\varphi^-/kT \sim 1, \; \varphi = \varphi^+/kT \ll 1, \; n_v r_-^3 \ll 1, \; \alpha = n_v r_+^3 \varphi \lesssim \varphi,$$

где φ^-, φ^+ - соответственно характерные значения отталкивающей и притягивающей частей потенциала. Получающееся кинетическое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial F_1}{\partial t} + \frac{\vec{p}_1}{m}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial r_1} + \vec{\mathfrak{F}}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \vec{p}_1} = I_- + I_{-+} + I_+ + I_{+-} + I_{++}, \qquad (9)$$

где $\vec{\mathfrak{F}}$ - самосогласованная сила, обусловленная учетом притягивающей части потенциала. Интегралы столкновений I_- и I_+ определяют вклад в диссипативные и недиссипативные характеристики газа межмолекулярных сил отталкивания и притяжения соответственно. I_{-+}, I_{+-} связаны с учетом эффектов интерференции действия межмолекулярных сил притяжения и отталкивания. Наконец, последний член имеет вид нелинейного интеграла столкновений Фоккера-Планка.

В высокотемпературном приближении в правой части уравнения (9) достаточно оставить первые два члена. Напротив, при низких температурах и для не слишком плотного газа кинетическое уравнение (9) сводится к следующему

$$\frac{\partial F_1}{\partial t} + \frac{\vec{p}_1}{m}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \vec{r}_1} = I_- + I_{-+} + I_{++}. \tag{I0}$$

В §2.5 выводятся термодинамические переменные умеренно плотного газа. В частности, показано, что уравнение состояния газа имеет вид уравнения состояния Ван-дер-Ваальса.

§2.6 посвящен выводу кинетических уравнений для неидеального газа с внутренними степенями свободы, которые описываются классически. Кинетические уравнения выведены в приближении парных столкновений и для умеренно плотного газа. Подробно проанализирован случай газа с вращательными степенями свободы.

Строгие кинетические уравнения, выведенные в главе II, содержат операторы многочастичного рассеяния, что принципиально не позволяет разрешить их в общем случае. По этой причине исходную задачу описания кинетики неидеального газа следует свести к решению некоторого модельного кинетического уравнения. Решению этой задачи и посвящена глава III.

§3.I выведено кинетическое уравнение для плотного газа типа Энскога

$$\frac{\partial F_1}{\partial t} + \frac{\vec{p}_1}{m}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \vec{r}_1} = n_r\int dx_2\,\frac{\partial \Phi_{12}}{\partial \vec{r}_1}\cdot\frac{\partial}{\partial \vec{p}_1}\chi_2 S_-^{(2)} F_1(x_1,t_0)F_1(x_2,t_0). \tag{II}$$

Если здесь пренебречь эффектами памяти среды, то для газа твердых сфер уравнение (II) сводится к уравнению Энскога, с чем и связано такое его название. В кинетическом уравнении (II) учтены эффекты нелокальности взаимодействия молекул и памяти. Многочастичные столкновения учитываются посредством парной корреляционной функции.

В приближении умеренно плотного газа уравнение (II) точно описывает кинетику парных столкновений и модельно (через χ_2) – кинетику многочастичных столкновений. Следует иметь в виду также, что для газа твердых сфер уравнение (II) уточняет уравнение Энскога, так как позволяет учесть последовательности парных столкновений.

В §3.2 проводится обобщение модельного уравнения типа Энскога на случай смесей газов. Задача эта актуальна не только с практической точки зрения, поскольку на практике обычно стоит задача изучения кинетики смесей газов, но и с теоретической. Известно, что даже обобщение на случай смесей газ в собственно уравнения Энскога оказалось не тривиальной задачей, появляются трудности, которые в рамках феноменологической теории разрешить чрезвычайно сложно. В предполагаемом подходе эти трудности разрешаются автоматически.

При низких температурах существенное влияние на процессы переноса оказывает наличие в газе связанных состояний частиц. Учет таких состояний в §3.3 предлагается сделать в духе идей Стогрина и Гиршфельдера, рассматривая неидеальный газ как смесь мономеров (молекул) и связанных частиц: димеров, тримеров и т.п. В приближении умеренно плотного газа тогда достаточно учесть лишь наличие связанных состояний пар молекул.

В §3.4 выводится модельное кинетическое уравнение, в котором, как и в §2.4, в явном виде учтено влияние притягивающей части межмолекулярного потенциала. Полученное модельное уравнение имеет такую же структуру, что и кинетическое уравнение Райса-Оллнетта, однако значительно полнее описывает свойства исследуемой системы. В предлагаемом в диссертации уравнении правильно отражены вклады межмолекулярных сил притяжения и отталкивания в недиссипативные характеристики газа, что в теории Райса-Оллнетта вообще отсутствует, частично учтены эффекты интерференции действия межмолекулярных сил отталкивания и притяжения. Принципиальным является и нелинейность интеграла столкновений Фоккера-Планка. Наконец, предлагаемое уравнение самосогласовано в том смысле, что не содержит не определяемых функций (в теории Райса-Оллнетта это коэффициент трения).

Вывод модельных кинетических уравнений для плотных газов с внутренними степенями свободы осуществлен в §3.5. Здесь подробно исследован случай газа с вращательными степенями свободы. Выведено модельное кинетическое уравнение для газа молекулы которого моделируются сфероцилиндрами.

В последнем разделе этой главы (§3.6) построено решение уравнения (II) и получены формулы для расчета коэффициентов переноса. Подробно исследовано влияние на процессы переноса эффектов пространственной нелокальности, памяти, многочастичных столкновений, связанных состояний. Применимость полученных формул проиллюстрирована на примере коэффициента вязкости аргона. Было показано, что приближение умеренно плотного газа развиваемой в диссертации теории применимо с точностью не ниже 10% вплоть до давлений порядка 300 атм, тогда как теория Энскога - до 120 атм, теория Боголюбова-Снайдера-Кертисса - до 150 атм, теория Хоффмана-Кертисса до 80 атм.

При изучении зависимости первой вириальной поправки к коэффициенту вязкости от температуры было показано, что наличие отрицательного "хвоста" имеет чисто термодинамическую природу и связано с изменением знака второго вириального коэффициента. Поэтому попытки расчетов коэффициентов переноса при помощи модели твердых сфер или степенного отталкивательного потенциала принципиально не приведут к успеху. Результаты данной теории качественно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Количественное согласие здесь также удовлетворительное (не хуже 20%). В этой связи следует отметить, что известные теории Энскога, Кима и Росса, Боголюбова-Снайдера-Кертисса, Стогрина-Гиршфельдара, Хоффмана-Кертисса приводят к качественно неправильным результатам.

Чётвертая и пятая главы образуют вторую часть диссертации, посвященную гидродинамическим проблемам.

В <u>главе IУ</u> на основе построенного решения уравнения Лиувилля выводятся обощенные определяющие соотношения. На их основе получены и изучены обобщенные уравнения гидродинамики для сред с пространственной и временной дисперсией.

Предложенный в §4.I метод решения уравнения Лиувилля по сути близок проекционному методу, развитому Б.Робертсоном и варианту метода неравновесного статистического оператора, разработанному С.В.Тищенко. Решение уравнения Лиувилля (I) ищется в виде

$$F_N(t) = F_{N0}(t) + F_{N1}(t), \qquad (12)$$

где F_{N0} - квазиравновесная функция, в состоянии равновесия, совпадающая с гиббсовской. Для функции F_{N1} тогда получается уравнение Лиувилля с источником

$$\frac{\partial F_{N1}}{\partial t} + \mathcal{L}_N F_{N1} = -\left(\frac{\partial F_{N0}}{\partial t} + \mathcal{L}_N F_{N0}\right), \tag{13}$$

решение которого можно записать так

$$F_{N1}(t) = \Pi(t,t_0)F_{N1}(t_0) + \int\!\!\!\int\!\!\!\int_{t_0}^{t} dt_1 d\vec{R}_1 d\vec{R}\, \Pi(t,t_1) F_{N0} \overleftrightarrow{I}_i \cdot \overleftrightarrow{\mathfrak{F}}_i , \tag{14}$$

где $\Pi(t, t_0)$ – некоторый оператор эволюции, $\overleftrightarrow{I}_i$ – операторы потоков сохраняющихся динамических величин, а $\overleftrightarrow{\mathfrak{F}}_i$ – соответствующие этим потокам термодинамические силы.

В §4.2 подобное решение построено для систем частиц с вращательными степенями свободы. При этом учитывается, что закон взаимодействия таких частиц уже не центральный, а наряду с числом частиц, импульсом и энергией в системе сохраняется и её полный момент импульса. Это, в частности, приводит к тому, что система уравнений гидродинамики содержит ещё и уравнение переноса момента импульса.

В §4.3 обсуждаются начальные условия, при которых удается осуществить переход к сокращенному гидродинамическому уровню описания. Затем на основе решения (14) выводятся обобщенные определяющие соотношения (§4.4). Для смеси ℓ компонент несферических частиц с нецентральным межчастичным взаимодействием эти соотношения имеют вид

$$\overleftrightarrow{J}_n(\vec{R},t) = \overleftrightarrow{J}_n(\vec{R},t_0) + \sum_{i=1}^{4} \int\!\!\!\int\!\!\!\int_{t_0}^{t} dt_1 d\vec{R}_1 d\vec{R}_2 \overleftrightarrow{M}_{ni}(\vec{R},\vec{R}_1,\vec{R}_2,t|\varphi_\alpha(\vec{R}),t') : \overleftrightarrow{\mathfrak{F}}_i(\vec{R}_2,t_1),$$

$$n = 1,2,3,4, \tag{15}$$

где релаксационные ядра переноса $\overleftrightarrow{M}_{ni}$ вычисляются через соответствующие корреляторы. $\vec{J}_1$ – вектор диффузии, $\overleftrightarrow{J}_2$ – тензор напряжений, $\vec{J}_3$ – вектор потока энергии, $\overleftrightarrow{J}_4$ – тензор моментных напряжений.

Определяющие соотношения (15) нелинейные (ядра $\overleftrightarrow{M}_{ni}$ зависят от градиентов гидродинамических величин), нелокальные и запаздывающие. Это, во-первых, нелокальность, связанная с пространственной корреляцией диссипативных потоков, а во-вторых, нелокальность, обусловленная нелокальностью релаксационных ядер переноса. В общем случае характерные масштабы первого и второго типов нелокальности различны.

§4.4 подробно показано, в каких случаях от соотношений (I5) можно перейти к локальным соотношениям с локальными или нелокальными коэффициентами переноса, когда получаются линейные определяющие соотношения. Выписаны линейные определяющие соотношения для одно- и многокомпонентной жидкости, для жидкости с внутренними вращениями (асимметричной). В последнем случае свойства переноса оказываются разными в гиротропной и в негиротропной средах. Наиболее простые свойства переноса имеет однокомпонентная негиротропная среда. Здесь связаны между собой лишь процессы теплопроводности и диффузии внутреннего момента импульса.

В §4.5 выводятся обобщенные определяющие соотношения асимметричных упругих, вязкоупругих и вязких сред. Устанавливается связь с соответствующими (там, где они есть) феноменологическими законами. Предлагаемый в этом параграфе вывод определяющих соотношений можно рассматривать как обоснование феноменологических теорий. На основе обобщенных определяющих соотношений асимметричной среды выводятся уравнения гидромеханики такой среды и обсуждаются граничные условия для поля угловых скоростей.

Релаксационные ядра переноса (РЯП), $\overleftrightarrow{M}_{ni}$ имеют весьма сложную структуру, хотя в принципе могут быть вычислены. Подобные расчеты, конечно, чрезвычайно сложны и осуществимы практически лишь при численном эксперименте. По этой причине определяющими являются различные методы моделирования РЯП. Такие методы для сред с памятью рассмотрены в §4.6. Здесь сформулированы условия, которым должны удовлетворять РЯП, обсуждаются экспоненциальная, гауссовская, квазирелаксационная и некоторые другие модели РЯП. Для таких моделей получены уравнения, которым должны удовлетворять РЯП. Рассмотрен вопрос о моделировании РЯП на основе формализма функции памяти $n(\tau)$, когда РЯП удовлетворяет уравнению

$$\dot{\overleftrightarrow{M}}_{in} + \int_0^t \overleftrightarrow{M}_{in}(t-\tau)\, n(\tau)\, d\tau = 0. \qquad (I6)$$

В §4.7 выводятся обобщенные (дифференциальные) уравнения гидродинамики для сред с памятью. Их применимость для описания процессов переноса изучается на примере задачи Рэлея о движении разреженного газа над бесконечной пластиной, приведенной внезапно в движение.

§4.8 посвящен изучению влияния на процессы переноса эффектов пространственной нелокальности, выводу соответствующих уравнений гидродинамики и вопросам моделирования РЯП для сред с пространственной дисперсией.

При выводе и кинетических уравнений, и обобщенных уравнений гидродинамики из первых принципов, осуществленном в предыдущих главах, в той или иной форме использовались условия ослабления начальных корреляций. При этом не удается исследовать поведение систем с сильной статистической связью, в частности, турбулентных течений. Здесь широко развиваются как феноменологические и полуфеноменологические методы К.Рейнольдс, Л.Прандтль, А.М.Колмогоров, Дж.Бэтчелор, Линь Цзян-цзяо, Н.Хинце, Л.Г.Лойцянский, Ю.В.Лапин) и методы, исходящие из микроскопического описания (В.Н.Жигулев, Р.Тсуге, В.В.Струминский, Д.Н.Зубарев). В данной работе была поставлена значительно более скромная задача: разработать метод описания эволюции свободных завихренных течений при больших числах Рейнольдса. Решению этой задачи посвящена последняя <u>пятая глава</u> диссертации.

В §5.I сформулирован вариационный принцип для двумерных течений безграничной несжимаемой невязкой жидкости

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L\,dt = 0, \qquad L = \int \dot{r}_1(\vec{\xi},t)\, r_2(\vec{\xi},t)\,\omega_0(\vec{\xi})\,dS - H, \tag{I7}$$

где $r_i(\vec{\xi},t)$ - компоненты вектора $\vec{r}(\vec{\xi},t)$, определяющего движение жидкости, ω_0 - начальное распределение завихренности, $\vec{\xi}$ - лагранжева переменная, H - гамильтониан жидкости. Переход от континуального описания к дискретному осуществляется с помощью дискретизации поля завихренности, которое аппроксимируется функцией

$$\omega_N(\vec{r},t) = \sum_{\alpha}^{N} \Gamma_\alpha\, f_\alpha(\vec{r},t)$$

где Γ_α - циркуляция вихревой частицы, а f_α - функция распределения её завихренности. Задача определения поля завихренности сводится тогда к задаче движения дискретной системы вихревых частиц, уравнения движения которых можно получить из вариационного принципа (I7) и имеет вид

$$\Gamma_\alpha \dot{r}_{1\alpha} = \frac{\partial H_N}{\partial r_{2\alpha}}, \quad \Gamma_\alpha \dot{r}_{2\alpha} = -\frac{\partial H_N}{\partial r_{1\alpha}}, \quad \alpha = 1, 2, \ldots, N, \tag{18}$$

$$H_N = -\frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha,\beta}^{N} \Gamma_\alpha \Gamma_\beta \iint \ln|\vec{r} - \vec{r}'| \, f_\alpha f_\beta \, dS \, dS'$$

Уравнения (I8) определяют весьма общий класс дискретных вихревых моделей. В частности, при разных f_α отсюда могут быть получены модели точечных вихрей, А.Чорина, Б.Леонарда. В настоящей работе предлагается использовать гауссовские функции распределения завихренности. Уравнения движения вихревых частиц в этом случае приобретают вид

$$\dot{\vec{r}}_\alpha = -\frac{1}{2\pi} \sum_{\beta}^{N} \Gamma_\beta \left[1 - \exp\left(-\frac{r_{\alpha\beta}^2}{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2}\right)\right] \frac{\vec{n} \times \vec{r}_{\alpha\beta}}{r_{\alpha\beta}^2}, \quad \alpha = 1, 2, \ldots, N \tag{19}$$

При таком выборе функций f_α удается сделать строгие оценки точности подобной аппроксимации и сравнительно просто учесть влияние вязкости.

В §§5.2, 5.3 развитый выше вариационный метод обобщается на случай осесимметричных и плоских отрывных течений с фиксированной точкой отрыва. Генерация завихренности учитывается при помощи условия Кутта-Жуковского. Во всех случаях уравнения движения системы вихревых частиц удается записать в гамильтоновом виде. Выполнение для законов движения уравнений Гамильтона указывает на то, что вихревая система является лиувиллевой и для функции распределения вихрей F_N справедливо уравнение (I). Наличие этих свойств позволяет исследовать вихревую систему различными методами статистической механики. Можно развивать равновесную статистическую механику вихрей, можно пытаться строить кинетическую теорию, можно развить неравновесную статистическую механику типа той, что построена в главе У. Следует иметь в виду однако, что в вихревой системе не удается выделить малого параметра, связанного с взаимодействием или с разреженностью. Вихревая система - это "неидеальный газ". Поэтому наиболее перспективным представляется построение неравновесной статистической механики. Таким образом можно определить, например, коэффициенты вихревого переноса, что чрезвычайно интересно с точки зрения построения общей теории завихренных течений. С практической точки зрения первоочередной однако является задача расчета таких течений. Именно эта задача и решалась в диссертации. Расчетный метод является методом типа молекулярной динамики и назван методом вихревой динамики (МВД). Он основан на использовании уравнений Гамильтона (18). Суть МВД состоит в следующем. Рассматриваемая область завихренного течения моделируется системой дискретных вихревых частиц, уравнения движения которой (18) заменяются конечно-разностными и решаются затем на ЭВМ. Начальные условия определяются физикой задачи. Точность решения задачи с ростом N увеличивается. А.Н.Веретенцевым под руководством автора было показано, что решение МВД уравнений (5.8) асимптотически сходится на любом конечном интервале времени к решению уравнений Эйлера.

Чтобы учесть влияние вязкости, задачу предлагается решать в два этапа, выполнив расщепление уравнения завихренности по физическим процессам. Для гауссовской функции распределения влияние вязкости сводится тогда к тому, что дисперсии вихревых частиц σ_α будут определяться выражениями $\sigma_\alpha^2 = \sigma_{\alpha 0}^2 + 4\nu t$, где $\sigma_{\alpha 0}$ - дисперсии вихревых частиц в отсутствие вязкости, а ν - кинематический коэффициент вязкости.

Для оценки точности МВД был проведен широкий спектр тестовых расчетов (как граничных, так и безграничных задач), выполнено сравнение полученных результатов с расчетами другими методами. Во всех случаях результаты свидетельствуют в пользу развиваемой в диссертации теории.

В §5.5 на основе МВД исследованы процессы взаимодействия отдельных вихревых структур: двух, трех, четырех, пяти. При взаимодействии вихрей одного знака было показано, что процессы образования крупномасштабных вихревых структур представляют собой комбинации двух основных механизмов: их объединения и роста вихрей за счет захвата или разрыва менее интенсивных. Здесь же показано, что если вихри имеют разные знаки, то возможен новый механизм: коллапс вихрей конечного размера (для точечных вихрей это было показано Е.А.Новиковым и Ю.Б.Седовым).

В оставшихся параграфах этой главы (§5.6 - §5.9) исследуются механизмы развития неустойчивости и формирования когерентных структур в сдвиговых течениях: слое сдвига, слое смешения, следе за пластиной, разгонном вихре. Наиболее подробно изучено первое течение. Расчеты проводились для двух профилей скорости: линейного в области Δ и $V(y) = -V_0 \, th(2y/\delta)$. Здесь изучена линейная и нелинейная стадии развития неустойчивости. Показано, что слой конечной толщины неустойчив к возмущениям конечной амплитуды в области, где по линейной теории он устойчив. С ростом амплитуды возмущений уменьшается также число Re перехода.

Развитие вторичной неустойчивости в этом течении существенно зависит от амплитуд и фаз вводимых возмущений. Результаты спектрального анализа пульсаций скорости позволяют сделать выводы об активных резонансных взаимодействиях субгармонических возмущений с супергармониками и между собой, а на заключительном этапе - субгармонического возмущения с основной модой. Установлено, что в зависимости от начального спектра возмущений вторичная неустойчивость может протекать по различным каналам и сопровождаться не только спариванием первичных вихревых структур, но и их страиванием, счетверением и т.д.

Проведено широкое сопоставление результатов расчетов с данными экспериментов Д.Остера и Л.Вигнатского. Сравнивались траектории центров вихревых структур, профиль скорости, толщина потери импульса, рейнольдсовы напряжения. Результаты расчетов впервые объясняют механизмы рождение крупных вихрей из нескольких мелких (больше двух), немонотонность нарастания толщины потери импульса.

В связи с разнообразными практическими приложениями сдвиговых течений были предложены два метода управления эволюцией слоя смешения при помощи внешнего акустического поля (§5.7) Первый способ линейный и по сути сводится к интерференции управляемого возмущения с управляющим (акустическим). Если последнее подается в противофазе, то наблюдается подавление развития возмущения, в фазе - усиление. Второй способ нелинейный, он позволяет подавить развитие неустойчивости на основной частоте, возбуждая акустически субгармоническое возмущение, причем последнее должно иметь фазу $2\varphi_0 - \pi$ для подавления неустойчивости (φ_0 - фаза акустического возмущения) и $2\varphi_0$ для её усиления.

Наконец в §§5.8 и 5.9 проведены расчеты развития неустойчивости в следе за пластиной и в разгонном вихре. В последнем случае изучены различные механизмы развития такой неустойчивости: колебания пластины, вибрации кромки, влияние внешних полей (в том числе акустического), влияние фоновых возмущений. Следует заметить, что исходное течение разгонного вихря сильно нестационарное и изучение его неустойчивости весьма нетривиально.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Результаты диссертации опубликованы в следующих основных работах:

1. Рудяк В.Я. Статистическая теория диссипативных процессов в газах и жидкостях: - Новосибирск: Наука, 1987. - 270с.
2. Рудяк В.Я. О выводе уравнений движения слабо разреженного газа около сильно нагретых тел из уравнения Больцмана // Журнал прикл. механики и техн. физики. - 1973. - № 5. - С. 52-56.
3. Рудяк В.Я. К вопросу об изучении точных решений системы уравнений кинетических моментов // Прикл. математика и механика. - 1974. - Т. 38, № 2. - С. 369-372.
4. Рудяк В.Я. О вычислении коэффициентов переноса умеренно плотного газа // Известия вузов, Физика. - 1974. - № 9. - С. 127-129.
5. Рудяк В.Я. О высших приближениях в методе Чепмена-Энскога// Труды IV Всес. конференции по динамике разрежен.газа и мол. газовой динамике. - ЦАГИ, 1977. - С. 273-278.
6. Рудяк В.Я. Об одной модификации метода Гильберта-Чепмена-

Энскога // Численные методы механики сплошной среды / Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, ИТПМ СО АН СССР, 1978. - Т. 9, № 4. - С. 94-98.
7. Рудяк В.Я. Кинетическое уравнение для неидеального газа с внутренними степенями свободы // Известия вузов, Физика. - 1978. - № 10. - С. 124-126.
8. Рудяк В.Я., Яненко Н.Н. О влиянии эффектов нелокальности и памяти на процессы переноса // Численные методы механики сплошной среды / Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, ИТПМ СО АН СССР, 1980. - Т. 11, № 3. - С. 132-140.
9. Рудяк В.Я. О выводе кинетического уравнения для сильно неравновесного слабо неидеального газа // ЖТФ. - 1981. - Т. 51, № 11. - С. 2236-2241.
10. Рудяк В.Я., Яненко Н.Н. Кинетическое уравнение умеренно плотного газа // ДАН СССР. - 1982. - Т. 264, № 6. - С. 1336 -1339.
11. Rudyak V.Ya., Yanenko N.N. Kinetic Equations of high Non-equilibrium Dense Gas // 13-th Int. Symp. RGD. Book of Abstracts // Novosibirsk, 1982. - V. 1 - P. 34-36.
12. Веретенцев А.Н., Рудяк В.Я., Яненко Н.Н. Вариационный метод построения дискретных вихревых моделей. - Новосибирск, 1982. - 16 с. - (Препринт/АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ: 29).
13. Рудяк В.Я. К теории кинетических уравнений плотного газа // ЖТФ. - 1984. - Т. 54, № 7. - С. 1246-1252.
14. Рудяк В.Я. Новый вывод кинетических уравнений умеренно плотного газа // Физическая механика неоднородных сред. - Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1984. - С. 111-116.
15. Rudyak V.Ya. A new Solution of BBGKY Hierarchy and Kinetic Equations for a Dense Gas // 14-th Int. Symp. RGD, Book of Abstracts. - Tsuquba, 1984. - P. 360-361.
16. Rudyak V.Ya., Yanenko N.N. Kinetic Theory of High Nonequilibrium Dense Gas // Rarefied Gas Dynamics. - New York and London: Plenum Press. - 1985. - P. 107-114.
17. Рудяк В.Я. О выводе кинетического уравнения типа Энскога для плотного газа // Теплофизика выс.температур. - 1985. - Т. 23, № 2. - С. 268-272.
18. Рудяк В.Я., Яненко Н.Н. Об учете межмолекулярных сил притяжения при выводе кинетических уравнений // Теорет.

и мат. физика. - 1985. - Т. 64, № 2. - С. 277-286.
19. Rudyak V.Ya., Yanenko N.N. Some Nonlocal Models of Fluid Mechanics // Math. Mod. - 1985. - V. 6, N 5. - P. 401-412.
20. Yanenko N.N., Rudyak V.Ya., Veretentsev A.N. The Study of Shear Layer Stability by the Method of Vortex Particles // Laminar-Turbulent Transition. - Berlin: Springer-Verlag, 1985. - P. 367-374.
21. Рудяк В.Я. О выводе обобщенных уравнений гидродинамики для газов и жидкостей // Молекулярная газовая динамика и динамика разреженного газа. - М.: АН СССР, 1985. - Ч.I. - С. 89-97.
22. Веретнцев А.Н., Рудяк В.Я., Яненко Н.Н. Моделирование двумерных течений невязкой жидкости вихревыми частицами конечных размеров // Проблемы динамики вязкой жидкости. - Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1985. - С. 69-73.
23. Веретенцев А.Н., Рудяк В.Я., Яненко Н.Н. О построении дискретных вихревых моделей течений идеальной несжимаемой жидкости // ЖВММФ. - 1986. - Т. 26, № I. - С. 103-113.
24. Веретенцев А.Н., Куйбин П.А., Меркулов В.И., Рудяк В.Я. О выводе уравнений движения дискретных вихревых частиц для осесимметричных течений // Изв. СО АН СССР. Серия техн. наук. - 1986. - № 10, вып. 2. - С. 45-50.
25. Рудяк В.Я. Кинетические уравнения для газов с неаддитивными взаимодействиями молекул // Статистическая механика. Численные методы в кинетической теории газов. - Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР. - 1986. - С. 105-113.
26. Веретенцев А.Н., Рудяк В.Я. Динамика завихренности в двумерных течениях невязкой жидкости. - Новосибирск, 1986. - 41 с. - (Препринт / АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ; 4).
27. Веретенцев А.Н., Рудяк В.Я. О процессах образования и эволюции вихревых структур в сдвиговых слоях // Изв. АН СССР. МЖГ. - 1987. - №I. - С. 31-37.
28. Рудяк В.Я. Кинетические уравнения неидеального газа с реальными потенциалами взаимодействия // ЖТФ. - 1987. - Т. 57, № 8. - С. 1466-1475.
29. Веретенцев А.Н., Рудяк В.Я. О механизмах развития неустойчивости сдвигового слоя // Методы аэрофизических исследований. - Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1987. - С. 135-139.

30. Rudyak V.Ya., Veretentsev A.N. On the Interaction of External Acoustic Field with a Shear Layer under Great Reynolds Numbers // Problems of Nonlinear Acoustics. - Novosibirsk, 1987. - P. 138-140.
31. Веретенцев А.Н., Рудяк В.Я. О взаимодействии внешнего акустического поля со слоем смешения // Моделирование в механике / Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, ИТПМ СО АН СССР, 1988. - Т. 1(18), № 6. - С. 14-19.
32. Веретенцев А.Н., Рудяк В.Я. Об управлении развитием вихревых возмущений в слое смешения // Изв. АН СССР. МЖГ. - 1988. - № 3. - С.78-84.
33. Веретенцев А.Н., Куйбин П.А., Рудяк В.Я. Моделирование формирования вихря на острой кромке полубесконечной пластины // Изв. СО АН СССР. Серия техн. наук. - 1988. - № 2. - С. 66-72.
34. Рудяк В.Я. О связи основного кинетического уравнения Каца с уравнениями Лиувилля и Больцмана. // Труды IX Всес. конференции по динамике разреж. газов. - Свердловск: Уральский университет, 1988. - С. 14-22.
35. Ivanov M.S., Rudyak V.Ya. The Direct Statistical Simulation Method and the Master Kinetic Equation // XVI-th Int. Symp. RGD, Book of Abstracts. - Pasadena, California, 1988. - P. 11-13.

РУДЯК Валерий Яковлевич

К СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИССИПАТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ В ГАЗАХ И ЖИДКОСТЯХ

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Подписано к печати 20.06.98 . МН 01066
Формат бумаги 60 х 84/ 16 д.л. Бумага писчая белая.
Печать офсетная. Объем 2.0 п.л. Тираж 100 экз.
Заказ №72. Бесплатно.

Новосибирский ордена Трудового Красного Знамени инженерно-строительный институт им. В.В.Куйбышева
Новосибирск, 8, Ленинградская, 113.

Отпечатано в мастерской оперативной полиграфии НИСИ