АКАДЕМИЯ НАУК СССР
Ордена Ленина Сибирское отделение
Вычислительный центр

На правах рукописи

Ганжа Виктор Григорьевич

УДК 518: 517.944

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ НА ЭВМ В СИМВОЛЬНОМ ВИДЕ

01.01.07 - Вычислительная математика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск - 1985

Работа выполнена в Институте теоретической и прикладной механики Сибирского отделения Академии наук СССР

Научные руководители - профессор, академик $\boxed{\text{Яненко Н.Н.}}$,
с.н.с., кандидат физико-математических наук Шапеев В.П.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
Завьялов Ю.С.
кандидат физико-математических наук,
Шашков М.Ю.

Ведущая организация - Вычислительный центр СО АН СССР г.Красноярск.

Защита состоится "____"______________ 1985 г. в
на заседании Специализированного совета К 002.10.01 по присуждению ученой степени кандидата наук в Вычислительном центре СО АН СССР по адресу 630090, Новосибирск - 90, проспект академика М.А.Лаврентьева, 6.

С диссертацией можно ознакомиться в отделении ГПНТБ СО АН СССР (630090, Новосибирск - 90, проспект М.А.Лаврентьева, 6).

Автореферат разослан "________"_____________1985г.

Ученый секретарь
Специализированного совета
кандидат физико-математических
наук Ю.И.Кузнецов

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время конечно-разностные схемы являются важным инструментом решения задач математической физики. Многие методы построения и исследования разностных схем приводят к громоздким аналитическим выкладкам. Это естественно приводит к идее использования ЭВМ в этой области. Следует отметить, что построению и исследованию разностных схем на ЭВМ посвящено небольшое количество работ. К этому направлению относятся работы, выполняемые под руководством А.А.Самарского, а также работы зарубежных авторов (Х.М.Халил, Д.Л.Улери, М.К.Уирт, Л.Д.Клаутмен и др.).

Использование ЭВМ для проведения символьных преобразований существенно облегчает процесс создания новых разностных схем с заданными свойствами: высоким порядком аппроксимации, устойчивостью, возможностью расчета в областях сложной формы, использованием неортогональных сеток, инвариантностью и т.д. Применение символьных преобразований для построения и исследования разностных схем создает предпосылки для более широкого использования численных методов при исследовании сложных задач математической физики. Следовательно, разработка методов автоматизации символьных вычислений с помощью ЭВМ для построения и анализа разностных схем является важной и актуальной задачей.

Целью работы является разработка методики применения символьных преобразований на ЭВМ для создания и исследования вычислительных алгоритмов решения задач математической физики.

Научная новизна. Разработан алгоритм автоматизированного построения разностных схем, основанный на методе неопределенных коэффициентов, для произвольного линейного дифференциального уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами. С помощью этого алгоритма построено семейство монотонных разностных схем повышенного порядка точности решения задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа в областях с достаточно гладкой границей. Разработаны алгоритмы автоматического построения дифференциальных приближений для некоторого класса разностных схем, в том числе явных схем метода дробных шагов для скалярных нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Предложена аналитическо-численная методика исследования устойчивости и диффузии разностных схем для систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных.

Научная и практическая ценность. Разработанная методика построения и исследования разностных схем с помощью ЭВМ реализована в виде комплекса программ. Этот комплекс программ позволяет получать численные алгоритмы решения некоторых практических задач электрооптики, механики жидкостей и т.д., а также проводить аналитическо-численное исследование разностных схем. Комплекс программ реализован на языке Рефал и внедрен в ВЦ СО АН СССР (г.Новосибирск). Разработанные алгоритмы автоматического построения и исследования разностных схем могут быть обобщены на случай исследования и построения разностных схем, аппроксимирующих нелинейные системы уравнений в частных производных.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на Конференциях молодых ученых ИТПМ СО АН СССР (Новосибирск, 1982 г., 1983 г.), на УП и УШ Всесоюзных семинарах по комплексам программ математической физики (Горький, 1981 г., Ташкент, 1983 г.), на Международном совещании по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике (Дубна, 1982 г.), на 6-ом советско-франко-итальянском симпозиуме по Численному решению нелинейных задач (Франция, Париж, 1983 г.), на Всесоюзной конференции по системам для аналитических преобразований в механике (Горький, 1984 г.), на семинарах кафедры вычислительных методов механики сплошной среды НГУ, на семинаре по методам вычислительной и прикладной математики ВЦ СО АН СССР, на семинаре по методам численного анализа ВЦ СО АН СССР (г.Красноярск), на семинаре отдела по методам сплайн-функций ИМ СО АН СССР и опубликованы в пятнадцати научных статьях [1-15].

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка цитируемой литературы. Общий объем диссертации 145 страниц, в том числе: рисунков - 6, таблиц - 7, список литературы содержит 96 наименований.

2. СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается краткий обзор основных отечественных и зарубежных работ по теме диссертации, кратко излагается содержание диссертации, приводятся основные результаты работы.

В главе I предложен алгоритм, основанный на идее метода неопределенных коэффициентов, построения разностной аппроксимации линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами на произвольных сеточных шаблонах, а также реализация этого алгоритма на ЭВМ с помощью языка символьных операций РЕФАЛ. В §I вводится ряд основных понятий и даются необходимые определения. В §2 рассматриваются три способа задания узлов сеточных шаблонов, соответствующие типу рассматриваемого дифференциального уравнения (гиперболического, параболического, эллиптического), позволяющие строить разностные аппроксимации для краевых задач. Введено семейство геометрических параметров $\vec{\alpha}$, с помощью которых легко описывать на ЭВМ сеточные шаблоны в случае областей с криволинейной границей.

В §3 изложен алгоритм построения таблицы дифференциальных продолжений исходного линейного дифференциального оператора. Эта таблица используется в алгоритме построения разностных уравнений повышенного порядка точности.

В §4 дается в формализованном виде полная вычислительная схема алгоритма построения разностных аппроксимаций на основе метода неопределенных коэффициентов. Эта схема излагается применительно к построению на ЭВМ в символьном виде разностных аппроксимаций линейного дифференциального уравнения t -го порядка вида

$$Lu = \sum_{\beta=1}^{t} \sum_{i_1+\dots+i_n=\beta} a^{\beta}_{i_1\dots i_n} \frac{\partial^{\beta} u}{\partial x_1^{i_1}\dots\partial x_n^{i_n}} = f(x_1,\dots,x_n) \quad (I)$$

с постоянными коэффициентами $a^{\beta}_{i_1\dots i_n}$. На заданном семействе сеточных шаблонов некоторой разностной сетки $\omega_{\bar{h}}$ в окрестности точки $x=\{x_1,\dots,x_n\}$, состоящих из N узлов $x+\Delta_k, k=1,\dots,N$, разностное уравнение записывается в виде:

$$L_{\bar{h}} u_{\bar{h}} = \sum_{k=1}^{N} C_k u_{\bar{h}}(x_1+\Delta_{1,k},\dots,x_n+\Delta_{n,k}) = g_{\bar{h}} \quad (2)$$

$$\Delta_{i,k} = \alpha_{i,k}\cdot h,$$

где h - характерный шаг сетки, $u_{\bar{h}}$ - некоторая рассматриваемая на $\omega_{\bar{h}}$ функция, C_k - неопределенные коэффициенты,

$\alpha_{i,k}$ - геометрические параметры шаблона. С помощью описанного в §4 алгоритма аналитически находятся неизвестные коэффициенты разностного уравнения (2), аппроксимирующего уравнение (I) с порядком $q \geq 1$ в заданном узле x (т.е. локально)

$$\{Lu(x)\}_{\vec{h}} - L_{\vec{h}}\{u(x)\}_{\vec{h}} - \{f(x)\}_{\vec{h}} + g_{\vec{h}} = O(h^q),$$

где $\{u(x)\}_{\vec{h}}$ - сеточная функция, определенная как совокупность значений $u(x)$ в узлах $\omega_{\vec{h}}$.

В §5 приведены примеры автоматического построения коэффициентов разностных аппроксимаций задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Рассмотрены все виды девятиточечных нерегулярных сеточных шаблонов в около граничных узлах для неравномерной сетки в области с достаточно гладкой границей. Для этих шаблонов на ЭВМ получены новые разностные аппроксимации порядка $O(h^2)$ для уравнения Лапласа в случае задачи Дирихле. Найдены достаточные условия на геометрические параметры семейства сеточных шаблонов $\vec{\alpha}$, при которых все разностные уравнения задачи Дирихле для уравнения Лапласа монотонные.

Получена новая разностная аппроксимация условия Неймана для уравнения Лапласа на пятиточечном нерегулярном шаблоне порядка $O(h^2)$, для которой выведены условия монотонности.

В §6 с целью проверки полученных на ЭВМ разностных уравнений приведены результаты численных экспериментов решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа при заданных на границе значениях точного решения. Расчеты были проведены для одной конкретной области на последовательности квадратных сеток. Во внутренних узлах бралась схема повышенного порядка $O(h^4)$, а в около граничных узлах применялись два варианта расчетных формул. В первом применялись схемы порядка $O(h^2)$, полученные на ЭВМ, во втором использовалась известная пятиточечная формула порядка точности $O(h)$. Даны таблицы результатов расчетов для обоих вариантов расчетных формул, которые подтверждают указанную выше точность полученных на ЭВМ схем.

Глава II посвящена разработке способа организации на ЭВМ в символьном виде процесса автоматического получения дифференциальных приближений разностных схем.

В §I гл.II приведены основные понятия, связанные с получением дифференциальных приближений.

В §2 описана вычислительная схема полной автоматизации алгоритма получения дифференциальных приближений разностных схем как для линейных, так и нелинейных дифференциальных уравнений. Алгоритм реализован для случая однородных многослойных разностных схем для линейных и нелинейных скалярных дифференциальных уравнений в частных производных вида:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\sum_{i=1}^{r}\sum_{i_1+\dots+i_n=i} d^{i}_{i_1\dots i_n}\frac{\partial^i u}{\partial x_1^{i_1}\dots\partial x_n^{i_n}}$$

где а) $d^{i}_{i_1\dots i_n}$ - могут быть полиномами относительно переменных $u, x_1,\dots,x_n, t$ и некоторых постоянных,

б) $$d^{i}_{i_1\dots i_n}=\sum_{k=1}^{N_1}\prod_{j=1}^{N_2}\varphi_{kj}(u,x_1,\dots,x_n,t),$$

φ_{kj} имеют производные всех тех порядков, которые требуются для построения дифференциальных приближений.

Приводится блок-схема программы, реализующей этот алгоритм.

В §3 излагаются особенности автоматизации получения дифференциальных приближений разностных схем, в частности, явных схем метода дробных шагов применительно к скалярному нелинейному гиперболическому уравнению вида:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial F_j(u)}{\partial x_j}=0 \qquad (3)$$

Уравнение (3) аппроксимируется явной схемой дробных шагов

$$\begin{aligned} u^{n+1/p}&=\Phi_{11}(u^n, T, h_1,\dots,h_m,\tau),\\ u^{n+2/p}&=\sum_{k=0}^{1}\Phi_{2k}(u^{n+k/p}, T, h_1,\dots,h_m,\tau), \qquad (4)\\ &\dots\dots\dots\dots\dots\\ u^{n+1}&=\sum_{k=0}^{p-1}\Phi_{pk}(u^{n+k/p}, T, h_1,\dots,h_m,\tau), \end{aligned}$$

где p – количество дробных шагов, T – оператор сдвига, h_i – шаг вдоль x_i, τ – шаг вдоль t. Следует отметить, что автоматизация вычисления дифференциальных приближений схем с дробными шагами вида (4) является алгоритмически наиболее сложной. Соответствующий алгоритм реализован впервые. Приведены некоторые оценки требуемых ресурсов ЭВМ при реализации этого алгоритма. Далее описывается обобщение данных алгоритмов на случай получения дифференциальных разностных схем, аппроксимирующих системы линейных уравнений в частных производных.

В главе Ш изложены примеры автоматического получения дифференциальных приближений и их последующего использования для исследования различных свойств разностных схем: устойчивости, диффузии и инвариантности. В §I главы Ш приведены тестовые примеры дифференциальных приближений разностных схем, полученные на ЭВМ.

В § 2 главы Ш приводятся первые дифференциальные приближения (п.д.п.) разностных схем, аппроксимирующих систему уравнений теории упругости в скоростях и напряжениях. Проводится некоторый анализ влияния различных способов факторизации разностных схем на структуру их п.д.п. В §3 детально описывается аналитическо-численная методика анализа устойчивости и диффузии разностных схем и их п.д.п. для многомерных задач. Методика разработана для исследования разностных схем, аппроксимирующих системы уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами. Она продемонстрирована на разностных схемах, аппроксимирующих систему двумерных уравнений акустики

$$\frac{1}{\rho_0 c_0^2}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial v}{\partial x_2} = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_1} = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \qquad (5)$$

Рассмотрены две разностные схемы, аппроксимирующие систему (5)

а) явная схема

$$\vec{\xi}^{\,n}_{t} + \tilde{C}_1^{+} \vec{\xi}^{\,n}_{\bar{x}_1} + \tilde{C}_1^{-} \vec{\xi}^{\,n}_{x_1} + \tilde{C}_2^{+} \vec{\xi}^{\,n}_{\bar{x}_2} + \tilde{C}_2^{-} \vec{\xi}^{\,n}_{x_2} = 0,$$

где $\vec{\xi} = (p', u', v')^T$, p', u', v' - отличаются от p, u, v из (5) некоторыми постоянными множителями

$$\vec{\xi}^{\,n}_t = \left(\frac{T^0 - I}{\tau}\right)\vec{\xi}^{\,n}, \qquad \vec{\xi}^{\,n}_{\bar{x}_k} = h_k^{-1}(I - T_{-k})\,\vec{\xi}^{\,n} = D_{-k}\vec{\xi}^{\,n},$$

$$\vec{\xi}^{\,n}_{x_k} = h^{-1}(T_k - I)\,\vec{\xi}^{\,n} = D_k\vec{\xi}^{\,n} \qquad I\vec{\xi} = \vec{\xi}$$

$$T_{\pm k}\,\vec{\xi}(x_1, \dots, x_k, \dots, t) = \vec{\xi}(x_1, \dots, x_k \pm h_k, \dots, t),$$

$$\tilde{C}_1^+ = \begin{pmatrix} \sigma & \sigma & 0 \\ \sigma & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \tilde{C}_1^- = \begin{pmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ \sigma & -\sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{C}_2^+ = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & \sigma \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma & 0 & \sigma \end{pmatrix}, \qquad \tilde{C}_2^- = \begin{pmatrix} -\sigma & 0 & \sigma \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma & 0 & -\sigma \end{pmatrix},$$

$$\sigma = \frac{1}{2}C_0,$$

б) явная факторизованная схема

$$\vec{\xi}^{\,n+1} = \Phi_1\Phi_2\vec{\xi}^{\,n},$$

где

$$\Phi_i = I - \tau\left(\tilde{C}_i^+ D_{-i} + \tilde{C}_i^- D_i\right), \quad i = 1, 2.$$

Предложенная аналитическо-численная методика для исследования разностных схем и их п.д.п. реализуется в несколько этапов.

I. Автоматическое получение п.д.п. разностных схем.

2. Получение дисперсионного соотношения для разностных схем и их п.д.п.

3. Численное решение алгебраического уравнения вида

$$\omega^3 + A\omega^2 + B\omega + C = 0, \tag{6}$$

где A, B, C -некоторые комплексные коэффициенты, ω - частота в гармонике Фурье.

4. Определение границ области устойчивости на основе исследования корней с использованием критерия устойчивости вида $\mathrm{Im}\,\omega_j \le 0$ для п.д.п. и $|\lambda| \le 1$ для разностной схемы,

где ω_j - j-й корень уравнения (6) $j = 1,2,3$, $\lambda = e^{\omega\tau}$.

5. Исследование диффузионных свойств разностных схем, исходя из мнимых частей корней ω_j .

Для разностных схем а), б) и их п.д.п. в §3 приводятся таблицы, характеризующие области устойчивости и диффузии на основе описанной методики. Проведено сравнение с известными теоретическими результатами исследования устойчивости этих разностных схем. Эти сравнения показывают, что относительная погрешность в определении указанных границ области устойчивости не превышает 1.1%.

В §4 приводится пример исследования инвариантности одной известной разностной схемы, аппроксимирующей трехмерное нестационарное уравнение фильтрации двухфазной жидкости, относительно преобразования поворота с помощью п.д.п., полученного на ЭВМ. Уравнение фильтрации двухфазной жидкости имеет вид:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + div\left[\varphi(s)\cdot\vec{v}\right] = 0,$$

где $\vec{v}$ - вектор скорости фильтрации смеси,

$$\varphi(s) = \frac{\mu_0}{m} f_2(s)/\left[f_1(s) + \mu_0 f_2(s)\right], \quad \mu_0 = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \qquad \mu_i -$$

динамическая вязкость i -ой фазы, $i = 1,2$, m - пористость среды, s - насыщенность вытесняющей фазы.

Сделан вывод о том, что рассматриваемая разностная схема неинвариантна относительно преобразования поворота, инвариантность достигается в частном случае задания постоянного вектора скорости фильтрации.

В §5 приводятся некоторые новые, полученные на ЭВМ с помощью разработанного алгоритма, п.д.п. явных разностных схем метода дробных шагов. Проведено исследование порядка аппроксимации в зависимости от значений весовых параметров схемы.

В связи с тем, что в настоящее время для численного решения различных прикладных задач часто используются новые математические модели, описываемые системами дифференциальных уравнений, возникает необходимость получения их отдельных точных решений, требуемых для тестирования вычислительных алгоритмов. При применении группового анализа и метода дифференциальных связей для поиска точных решений систем дифференциальных уравнений получаются переопределенные системы, которые требуется исследовать на совместность. Ввиду того, что это зачастую приводит к большим символьным вычислениям, появляется необходимость использования для этих целей ЭВМ.

В главе IУ рассматривается вопрос о применении символьных преобразований на ЭВМ в теории совместности систем дифференциальных уравнений в частных производных. Теория совместности отвечает на вопрос, имеет ли заданная система дифференциальных уравнений решение и каков произвол этого решения. Под произволом решения подразумевается произвол в выборе начальных данных задачи Коши. Существуют два алгоритма анализа на совместность, формулировка которых строго обоснована. Одним из них является алгоритм Картана. Другим является алгоритм, начальная формулировка которого дана Рикье, Жане, Томасом и Риттом. Современное изложение его дано в работах Спенсера, Гольдшмитта, Кураниши, Поммаре. Этот алгоритм назовем общим алгоритмом исследования на совместность. Линейная система дифференциальных уравнений с одной неизвестной функцией исследуется на совместность с помощью алгоритма скобок Пуассона. В §I описывается общий алгоритм исследования на совместность. Причем, алгоритм излагается в формализованном виде с точки зрения реализации его на ЭВМ (формулировка предложена В.П.Шапеевым). В §2 рассматривается алгоритм исследования на совместность с помощью скобок Пуассона. В §3 описываются особенности реализации общего алгоритма и алгоритма скобок Пуассона на ЭВМ. Приводятся разные способы расширения возможностей ЭВМ при реализации алгоритмов, которые связаны с выбором удобного и экономичного представления алгебраических выражений в ЭВМ, моделированием некоторых приемов, которыми пользуется математик при исследовании на совместность, а также с различными приемами упрощения алгебраических выражений. В §4 дано общее описание комплекса программ, реализующего алгоритмы исследования на совместность систем дифференциальных уравнений. Созданный комплекс программ значительно превосходит по своим возможностям все предыдущие. Комплекс программ проводит анализ систем уравнений в частных производных, для которого требуются значительные человеческие усилия. Например, рассмотрены уранения Навье-Стокса, системы уравнений двойных волн в газовой динамике и др. С помощью него был получен ряд новых результатов.

3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Предложена методика полной автоматизации символьных вычислений при построении разностных уравнений по методу неопределенных коэффициентов для линейных дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами. С помощью ЭВМ построено семейство монотонных разностных схем повышенного порядка точности решения задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа в областях с достаточно гладкой границей.

2. Разработаны алгоритмы автоматического построения дифференциальных приближений некоторых классов разностных схем, в том числе явных схем метода дробных шагов для нелинейных дифференциальных уравнений.

3. Предложена аналитическо-численная методика исследования устойчивости и диффузии разностных схем.

4. Создан комплекс программ символьных преобразований на ЭВМ для исследования на совместность систем дифференциальных уравнений в частных производных.

Публикации по теме диссертации

1. Ганжа В.Г., Мурзин Ф.А., Шапеев В.П. Два алгоритма вычисления в символьном виде определителей разреженных матриц и их реализация на ЭВМ. - Новосибирск, 1980. - 14с. (Препринт /Институт теоретической и прикладной механики; № 24).
2. Валиуллин А.Н., Ганжа В.Г., Мурзин Ф.А., Шапеев В.П., Яненко Н.Н. Применение символьных преобразований на ЭВМ для построения и анализа разностных схем. - Новосибирск, 1981. - 11с. (Препринт / Институт теоретической и прикладной механики; №7).
3. Ганжа В.Г., Мурзин Ф.А., Шапеев В.П. Реализация алгоритма скобок Пуассона на ЭВМ. - Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1981, т.12, №4, с.48-52.
4. Ганжа В.Г., Мелешко С.В., Мурзин Ф.А., Шапеев В.П., Яненко Н.Н. Реализация на ЭВМ алгоритма исследования на совместность систем уравнений в частных производных. - Докл.АН СССР, 1981, т.261, № 5, с. 1044-1046.

5. Валиуллин А.Н., Ганжа В.Г., Мелешко С.В., Мурзин Ф.А., Шапеев В.П., Яненко Н.Н. Символьные преобразования в методах решения задач математической физики. - В кн.: Комплексы программ математической физики: Мат. УП Всесоюзн. сем. по компл. программ мат. физ., Новосибирск, 1982, с.123-129.
6. Ганжа В.Г., Мелешко С.В., Мурзин Ф.А., Шапеев В.П., Яненко Н.Н. Анализ на совместность систем дифференциальных уравнений на ЭВМ. - Новосибирск, 1982. - 28 с. (Препринт / Институт теоретической и прикладной механики, № 20).
7. Valiullin A.N.,Ganzha V.G.,Meleshko S.V.,Murzin F.A.,Shapeev V.P.,Yanenko N.N.Symbolic manipulation in the methods of mathematical physics.-In.:Mathematics for Computer Science, Proc. of Symposium,Paris,1982,p.431-438.
8. Вилиуллин А.Н., Ганжа В.Г., Мурзин Ф.А., Мазурик С.И., Шапеев В.П., Яненко Н.Н. Применение ЭВМ для исследования и построения разностных схем. - В кн.: Аналитические вычисления на ЭВМ и их применение в теоретической физике: Совещание по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теор. физ. Дубна, 1983, с. 85-96.
9. Ганжа В.Г., Мелешко С.В., Мурзин Ф.А., Шапеев В.П., Яненко Н.Н. Об использовании ЭВМ для анализа на совместность систем дифференциальных уравнений. - В кн. - Аналитические вычисления на ЭВМ и их применение в теоретической физике: Совещание по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теор. физ. Дубна, 1983, с.125-131.
10. Ганжа В.Г. Применение символьных преобразований на ЭВМ для нахождения дифференциальных приближений разностных схем. - Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1983, т.14, № 2, с.39-44.
11. Valiullin A.N.,Ganzha V.G.,Mazuric S.I.,Meleshko S.V.,Shapeev V.P.,Yanenko N.N.Symbolic manipulations and their applications to constructing new exact solutions and difference schemes.-In.:Numerical Solutions of Non Linear Problems,Proc. of the France-Italy-USSR 6-joint Symposium, Rocquencourt,1983,p.314-329.
12. Валиуллин А.Н., Ганжа В.Г., Ильин В.П., Шапеев В.П., Яненко Н.Н. Задача автоматического построения и исследования на ЭВМ разностных схем в аналитическом виде. - Докл. АН СССР, 1984, т.275, № 3, с. 528-532.

13. Валиуллин А.Н., Ганжа В.Г., Шапеев В.П., Яненко Н.Н. Комплекс программ для реализации в символьном виде методов построения и исследования разностных схем. - В кн.: Комплексы программ математической физики: Мат. УШ Всесоюзн. сем. по компл. программ мат. физ., Новосибирск, 1984, с. 18-23.
14. Яненко Н.Н., Ганжа В.Г.,Мазурик С.И., Шапеев В.П. Анализ и построение разностных схем с помощью аналитических выкладок на ЭВМ. - В кн.: Тез. докл. Всесоюзн. конф. по системам для аналитических преобразований в механике. Горький, 1984, с. 12-13.
15. Ворожцов Е.В., Ганжа В.Г., Шапеев В.П. Об автоматическом получении на ЭВМ дифференциальных приближений схем метода дробных шагов. - Новосибирск. 1984. - 19 с. (Препринт /Институт теоретической и прикладной механики; № 23).

Автор благодарен научному руководителю и инициатору данной работы академику Н.Н.Яненко за постоянное внимание и поддержку, старшему научному сотруднику ИТПМ СО АН СССР В.П.Шапееву за руководство.

Ган

Ганжа Виктор Григорьевич

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ НА ЭВМ В СИМВОЛЬНОМ ВИДЕ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

Подписано в печать 27.02.85 МН 05067
Формат бумаги 60х90 I/I6 Объем 0.7 уч.изд.л.
Заказ № 105 Тираж I00 экз.

Отпечатано на ротапринте Вычислительного центра СО АН СССР
630090, Новосибирск-90, проспект академика Лаврентьева, 6.