АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

Ученый совет Института математики по присуждению
ученых степеней

На правах рукописи

НОВИКОВ
Вячеслав Александрович

О СХОДИМОСТИ МЕТОДА СЛАБОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ И КВАЗИЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

(01.01.02 – дифференциальные и интегральные уравнения)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск, 1975

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

Ученый совет Института математики по присуждению ученых степеней

На правах рукописи

НОВИКОВ
Вячеслав Александрович

О СХОДИМОСТИ МЕТОДА СЛАБОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ И КВАЗИЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

(01.01.02 - дифференциальные и интегральные уравнения)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск, 1975

Диссертация выполнена на кафедре Вычислительных методов механики сплошной среды Новосибирского государственного университета

Научный руководитель

академик Н.Н Яненко

Официальные оппоненты

доктор физико-математических наук В.Б.Коротков
кандидат физико-математических наук Ю.Я.Белов

Ведущая организация

Ленинградское отделение математического института им. В.А.Стеклова

Автореферат № I5302 - 808I/56I разослан
"___" ________________ 1975 г.

Защита диссертации состоится
" 25 " сентября 1975 г.

в 15^{30} часов на заседании Ученого совета Института математики СО АН СССР по присуждению ученых степеней в конференц-зале Института математики (Новосибирск,90).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института математики.

Ученый секретарь Совета
доктор физико-математических наук
профессор Д.М.СМИРНОВ

Диссертация посвящена изучению сходимости метода слабой аппроксимации для линейных и квазилинейных систем уравнений. Дискретными аналогами этого метода являются: метод дробных шагов, метод переменных направлений. Метод слабой аппроксимации используется также, как метод доказательства корректности дифференциальных и операторных уравнений.

Свое начало метод слабой аппроксимации ведет от работ Н.Н.Яненко, А.А.Самарского, Г.В.Демидова и в дальнейшем развивался рядом авторов. Применение этого метода к решению нелинейных уравнений в первую очередь связано с работами Г.В.Демидова, Г.И.Марчука и Р.Темама. Известна связь метода слабой аппроксимации с аналитической теорией полугрупп, ведущая свое начало от работ Х.Троттера.

Диссертация состоит из введения и трех глав.

Во введении дается краткий обзор основных работ по методу слабой аппроксимации.

Первая глава посвящена применению метода слабой аппроксимации к решению абстрактной задачи Коши для линейной эволюционной системы.

В первом параграфе этой главы рассматриваются необходимые для дальнейшего вопросы теории линейных операторов в нормированных пространствах, а также дается определение равномерной корректности задачи Коши. В частности, определяются понятия секвенциально слабо замкнутого оператора и секвенциально $*$-слабо замкнутого оператора и доказываются некоторые теоремы о свойствах таких операторов. В банаховом пространстве E рассматривается задача Коши.

$$
\left.\begin{aligned}
&\frac{du}{dt} = A(t)u\ , \quad \theta \le t < T \\
&u(\theta) = u_0\ , \ 0 \le \theta < T\ , \ u_0 \in U_\theta \subset E\ , \ \overline{U}_\theta = E
\end{aligned}\right\} . \qquad (\mathrm{I})
$$

где $A(t)$ – вообще говоря, неограниченный оператор с переменной областью определения $\mathcal{D}(A(t))$, которая плотна в E и при каждом фиксированном t $A(t): E \to E$.

Определение I. Непрерывная функция $u(t)$ называется решением задачи (I), если: a) она имеет обобщенную производную $\frac{du}{dt} \in L_\infty(0,T;E)$; b) почти при всех $t \in [\theta,T]$ выполнено уравнение; c) удовлетворяются начальные данные. Если для некоторого u_0 задача (I) имеет единственное решение $u(t)$, то можно ввести разрешающий оператор $S(t,\theta)$ по формуле $u(t) = S(t,\theta)u_0$.

Определение 2. Задача (I) называется равномерно корректной в E если:

I. для каждого $u_0 \in U_\theta$ существует единственное решение $u(t)$;

2. Оператор $S(t,\theta)$ удовлетворяет условиям равномерной корректности:

a) $S(t,t_1)S(t_1,t_2) = S(t,t_2)$, $0 \le t_2 \le t_1 \le t \le T$;
b) $\|S(t,\theta)\| \le e^{\alpha(t-\theta)}$, α – постоянная;
c) $S(t,t) = I$, I – тождественный оператор;
d) $S(t,t+\Delta t)u_0 \to u_0$ при $\Delta t \to 0$, $\Delta t > 0$ E.

Во втором параграфе главы I исследуются вопросы, связанные с представлением решения неоднородной задачи Коши, а также изучается сходимость метода слабой аппроксимации.

В банаховом пространстве E рассматривается задача Коши

$$
\left.\begin{aligned}
&\frac{du}{dt} = A(t)u + f(t) \\
&u(0) = u_0\ , \ f(t) \in L_\infty(0,T;E)
\end{aligned}\right\} . \qquad (\mathrm{I}')
$$

Решение задачи (I′) определяется аналогично решению задачи (I). При условии равномерной корректности однородной задачи (задачи (I)) и сильной непрерывности разрешающего оператора однородной задачи по совокупности переменных, доказывается, что, если решение задачи (I′) $u(t) \in U_t$, то оно представимо в виде

$$u(t) = S(t,t_0)u(t_0) + \int_{t_0}^{t} S(t,\theta)f(\theta)d\theta\ ,\ t > t_0 \geqslant 0,$$

где $S(t,\theta)$ – разрешающий оператор задачи (I).

Пусть оператор $A(t)$ представим в виде суммы двух операторов $A(t) = A_1(t) + A_2(t)$. (Случай, когда оператор $A(t)$ представим в виде суммы конечного числа слагаемых рассматривается аналогично). Предположим, что в E существует подпространство E_1 такое, что $\bar{E}_1 = E$, $E_1 \subset \bigcap_t \mathcal{D}(A(t))$ и

$$\|A_1(t)u\|_E + \|A_2(t)u\|_E + \|u\|_E \leqslant c\|u\|_{E_1}\ ,\ \forall u \in E_1\ ,$$

причем константа c не зависит от u . Доказано, что, если задача (I) равномерно корректна в E и E_1, то разрешающий оператор задачи (I) – $S(t,\theta)$ сильно непрерывен в E по совокупности переменных t , θ . Задаче (I) поставим в соответствие задачу Коши

$$\left.\begin{aligned} &\frac{du_\tau}{dt} = A_\tau(t)u_\tau \\ &u_\tau(\theta) = u_0 \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{I}_\tau)$$

где

$$A_\tau(t) = \sum_{i=1}^{2} \alpha_i(\tau,t)A_i(t)\ ,\quad \alpha_i(\tau,t) = \begin{cases} 2, & t \in ((n + \frac{i-1}{2})\tau,\ n + \frac{i}{2})\tau] \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

$i = 1,2$, $n = 0,1,\ldots$. Таким образом, коэффициенты $\alpha_i(\tau,t)$ слабо аппроксимируют по t единицу. (Говорят, что последовательность интегрируемых функций $f_n(t)$, отображающих отрезок $[0,T]$ в банахово пространство E , слабо аппроксимирует по t функцию $f(t)$, если $\int_{t_1}^{t_2}[f_n(t) - f(t)]dt \to 0$ при $n \to \infty$ и любых $t_1,t_2 \in [0,T]$ в E).

Наряду с задачей (I_τ) рассматриваются задачи Коши

$$\left.\begin{aligned} &\frac{du_i}{dt} = A_i(t)u_i \\ &u_i(\theta) = u_0, \ i = 1,2 \end{aligned}\right\} \qquad (I_i)$$

Задача (I_τ) называется равномерно кусочно-корректной, если равномерно корректны задачи (I_i). В этом случае разрешающий оператор задачи (I_τ) строится как суперпозиция разрешающих операторов задач (I_i).

Основным результатом этого параграфа является следующая

Теорема I. Если задача (I_τ) равномерно кусочно-корректна в E и E_1, $u_0 \in E_1$ и, если $u(t)$ – решение задачи (I) такое, что $u : [0,T] \to E_1$, то $u_\tau(t)$ – решение задачи (I_τ), сходится при $\tau \to 0$ к $u(t)$ в $C(0,T;E)$, а, следовательно, задача (I) равномерно корректна, и разрешающий оператор задачи (I) сильно непрерывен по совокупности переменных.

В третьем параграфе исследуется корректность задачи (I) в некоторых классах банаховых пространств. В частности, справедлива следующая

Теорема 2. Пусть E и E_1 рефлексивные банаховы пространства и пусть задача (I_τ) равномерно кусочно-корректна в E и E_1, $u_0 \in E_1$, операторы $A_i(t)$, $i = 1,2$ замкнуты в E при каждом фиксированном t. Тогда существует решение задачи (I), удовлетворяющее всем требованиям теоремы I и, следовательно, задача (I) равномерно корректна.

Аналогичное утверждение справедливо и для пространств, сопряженных к некоторому банахову пространству.

Условие I. Пространство E сопряженное к банахову пространству X удовлетворяет условию I, если $(L_1(0,T;X))' = L_\infty(0,T;E)$. Одним из достаточных условий того, что E удовлетворяет условию I является сепарабельность X.

Итак справедлива следующая

Теорема 3. Пусть E и E_1 – пространства, сопряженные к некоторым банаховым пространствам X и X_1 и E удовлетворяет условию I. Пусть, далее, задача (I_τ) равномерно кусочно-корректна в E и E_1. $u_0 \in E_1$, операторы $A_i(t)$, $i = 1,2$, секвенциально $*$-слабо замкнуты в E при каждом фиксированном t. Тогда существует решение задачи (I), удовлетворяющее всем требованиям теоремы I и, следовательно, задача (I) равномерно корректна.

Вторая и третья главы посвящены исследованию некоторых квазилинейных систем уравнений.

Во второй главе изучается задача Коши

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t} + (u,\nabla)u + \rho\nabla\rho = \nu\Delta u \\ &\frac{\partial \rho}{\partial t} + u\nabla\rho + \rho\, div\, u = \mu\Delta\rho \\ &u|_{t=0} = u_0(x), \quad \rho|_{t=0} = \rho_0(x) \end{aligned}\right\}, \quad (\text{П})$$

где ν, μ – некоторые положительные постоянные, $u=(u_1,u_2,u_3)$, $x\in R_3$. Система уравнений в задаче (П) получена из системы, описывающей изэнтропическое течение политропного газа с $\gamma=3$, добавлением в правую часть соответствующих "вязких" членов. Задаче (П) ставится в соответствие расщепленная задача Коши:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u_\tau}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3}\alpha_i(\tau,t)u_{\tau_i}\frac{\partial u_\tau}{\partial x_i} + \rho_\tau\alpha(\tau,t)\nabla\rho_\tau = \nu\sum_{i=1}^{3}\alpha_i(\tau,t)\frac{\partial^2 u_\tau}{\partial x_i^2} \\ &\frac{\partial \rho_\tau}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3}\alpha_i(\tau,t)u_{\tau_i}\frac{\partial \rho_\tau}{\partial x_i} + \rho_\tau\sum_{i=1}^{3}\alpha_i(\tau,t)\frac{\partial u_{\tau_i}}{\partial x_i} = \mu\sum_{i=1}^{3}\alpha_i(\tau,t)\frac{\partial^2 \rho_\tau}{\partial x_i^2} \\ &u_\tau|_{t=0} = u_0(x), \quad \rho_\tau|_{t=0} = \rho_0(x) \end{aligned}\right\}, \quad (\text{П}_\tau)$$

где

$$\alpha_i(\tau,t) = \begin{cases} 3, & t\in\left(\left(n+\frac{i-1}{3}\right)\tau, \left(n+\frac{i}{3}\right)\tau\right] \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

$$i=1,2,3;\; n=0,1\ldots,\; \alpha(\tau,t) = \begin{pmatrix} \alpha_1(\tau,t) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2(\tau,t) & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3(\tau,t) \end{pmatrix}.$$

Первый параграф главы П посвящен постановке задачи и формулировке некоторых известных теорем, необходимых для дальнейшего. Во втором параграфе в предположении некоторой гладкости начальных данных и решения задачи (П $_\tau$) на отрезке $[0,T_1]$, где T_1 определяется неравенствами

$$e^{mc\nu_0 T_1} < m \ , \quad \text{для} \quad \nu_0 > 1,$$
$$e^{mcT_1} < m \ , \quad \text{для} \quad \nu_0 < 1,$$

$m \geq 2$ – произвольная константа, c – константа, зависящая от ν,μ, $\nu_0 = \|v_0\|_{W_2^3(R_3)}$. $v_0 = (u_0,\rho_0)$, получена следующая априорная оценка решения задачи (П $_\tau$): $\|v_\tau\|_{W_2^3(R_3)} \leq m$, где $v_\tau = (u_\tau,\rho_\tau)$. В третьем параграфе доказываются локальные теоремы об однозначной разрешимости задач (П) и (П $_\tau$), а также сходимость решения задачи (П $_\tau$) к решению задачи (П).

<u>Определение 3.</u> Непрерывная по t на отрезке $[0,T]$ функция $v(t,x)=(u(t,x),\rho(t,x))$ называется решением задачи (П), если $v \in L_\infty(0,T;W_2^3(R_3))$, $\frac{\partial v}{\partial t} \in L_\infty(0,T;L_2(R_3))$ почти всюду в полосе $\Pi[0,T]$ удовлетворяются уравнения и выполнены начальные условия. Основной результат главы П можно сформулировать в виде следующей теоремы:

<u>Теорема 4</u>. Пусть $v_0=(u_0,\rho_0) \in W_2^3(R_3)\cap C^3(R_3)$. Тогда в полосе $\Pi[0,T]$, где T определяется неравенством $T < \frac{1}{c\nu_0}$, c – зависит лишь от ν,μ:

a) существует трижды непрерывно дифференцируемое по x и непрерывное по t решение задачи (П $_\tau$), удовлетворяющее оценке $\|v_\tau\|_{W_2^3(R_3)} \leq c_1$;

b) существует единственное решение задачи (П) и решение задачи (П $_\tau$) при $\tau \to 0$ сходится к нему $*$-слабо в $L_\infty(0,T;W_2^3(R_3))$.

Кроме того, в одномерном случае доказано, что решение задачи (П) при $\nu,\mu \to 0$ сходится к решению задачи Коши для системы, описывающей изэнтропическое течение политропного газа с $\gamma = 3$. Все результаты главы П справедливы также и для системы

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u,\nabla)u - \rho\nabla\rho = \nu\Delta u,$$
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u\nabla\rho - \rho\, div\, u = \mu\Delta\rho,$$

которая получена из преобразованной системы, описывающей изэнтропическое течение газа Чаплыгина, добавлением в правую часть соответствующих "вязких" членов.

В главе Ш изучается уравнение переменного типа, которое было предложено Н.Н.Яненко в связи с возможностью моделировать автоколебательные и турбулентные течения.

В первом параграфе получены некоторые априорные оценки для уравнений и систем переменного типа. Основные априорные оценки имеют следующий вид. Рассматривается задача

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t} + u\,\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\omega\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right) \\ &u(x,0) = u_0(x), \quad u(\ell,t) = u(0,t) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (\text{Ш})$$

Пусть $\omega(p)$ удовлетворяет следующим условиям:

I. $\omega(p)$ – гладкая функция, такая, что $\omega'(p) \geqslant \delta > 0$, для $|p| > N$ и для $|p| \leqslant N$ $\omega'(p)$ может принимать отрицательные значения;

2. Существуют константы K, ϵ, β такие, что

$$\int_K^p \omega(\xi)\,d\xi \geqslant \epsilon p^4 - \beta, \quad \epsilon > 0, \; \beta \geqslant 0.$$

Тогда для решения задачи (Ш) справедливы следующие априорные оценки:

$$\|u\|_{L_2(0,\ell)} \leqslant C(N, u_0, t), \qquad (*)$$

$$\int_0^t \|u_t\|^2_{L_2(0,\ell)}\,dt + \|u_x\|^4_{L_4(0,\ell)} \leqslant C(N, u_0, t), \qquad (**)$$

$$|u| + |u_x| \leqslant C(N, u_0, t).$$

Оценки типа (ж), (ж ж) справедливы и для систем переменного типа. Рассматривается задача

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}u_i\frac{\partial u}{\partial x_i}+\nabla p=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\nu\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial u}{\partial x_i}\right]+f(x,t)\\ &\operatorname{div} u=0\\ &u\big|_{\partial\Omega}=0,\quad u(x,0)=u_0(x)\end{aligned}\right\},\ (\text{IУ})$$

где $x\in\Omega\subset R_n$, Ω – область с достаточно гладкой границей

$$\partial\Omega,\ u=(u_1,u_2,\dots,u_n),\quad \nu\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)=1-\nu_1|u_x|+\nu_2 u_x^2,$$

$$\nu_1,\nu_2>0,\qquad |u_x|=\Big(\sum_{i,j=1}^{n}\Big(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\Big)^2\Big)^{1/2}.$$

Предполагается, что коэффициент $\nu\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)$ может менять знак, т.е. $\nu_1^2-4\nu_2=\alpha>0$ Доказывается, что для такой задачи справедливы оценки типа (ж), (ж ж). Второй параграф главы III посвящен исследованию однозначной разрешимости для систем переменного типа с регуляризатором. Рассматривается задача

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t}+\epsilon\frac{\partial}{\partial t}\Delta^2 u+\sum_{i=1}^{3}u_i\frac{\partial u}{\partial x_i}+\nabla p=\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\nu\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial u}{\partial x_i}\right]+f(x,t)\\ &\operatorname{div} u=0\\ &u,\ \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega}=0,\ u(x,0)=u_0(x)\end{aligned}\right\},\ (\text{У})$$

где $\epsilon>0$ – малый параметр, а остальные обозначения те же, что и в задаче (IУ). Пусть V – банахово пространство, полученное замыканием соленоидальных функций из $C_0^\infty(\Omega)$ в норме $W_2^1(\Omega)$.

<u>Определение 4.</u> Функции $p\in\mathcal{D}'(\Omega)$, $v\in L_\infty(0,T;\mathring{W}_2^2(\Omega)\cap V)$ называются решением задачи (У), если $u_t\in L_2(0,T;\mathring{W}_2^2(\Omega)\cap V)$, $u(x,0)=u_0(x)$ и выполнено следующее тождество:

$$(u_t,v)+\epsilon\frac{d}{dt}(\Delta u,\Delta v)+\sum_{i=1}^{3}\Big(u_i\frac{\partial u}{\partial x_i},v\Big)+\sum_{i=1}^{3}\Big(\nu\Big(\frac{\partial u}{\partial x}\Big)\frac{\partial u}{\partial x_i},\frac{\partial v}{\partial x_i}\Big)=(f,v),$$

$$\forall v\in\mathring{W}_2^2(\Omega)\cap V,$$

где $(\,,\,)$ – скалярное произведение в $L_2(\Omega)$

Справедлива следующая

Теорема 5. Пусть $u_0(x)\in \overset{\circ}{W}{}_2^2(\Omega)\cap V$, $f(x,t)\in L_2(Q_T)$, где $Q_T=\Omega\times[0,T]$. Тогда $\forall\, \varepsilon>0$ существует единственное решение задачи (У).

В третьем параграфе методом слабой аппроксимации исследуется следующая задача

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t}+\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\Delta^2 u=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\Big[\nu\Big(\frac{\partial u}{\partial x_i}\Big)\frac{\partial u}{\partial x_i}\Big] \\ &u,\ \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega}=0,\quad u(x,0)=u_0(x) \end{aligned}\right\}, \qquad (\text{УI})$$

где $n\leqslant 3$, $u=(u_1,\dots,u_N)$, $\nu\big(\frac{\partial u}{\partial x_i}\big)=1-\nu_1\big|\frac{\partial u}{\partial x_i}\big|+\nu_2\big(\frac{\partial u}{\partial x_i}\big)^2$, $\nu_1,\nu_2>0$, $\nu_1^2-4\nu_2=\alpha>0$, а остальные обозначения те же, что и в задаче (У). Задаче (УI) ставится в соответствие расщепленная задача

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u_\tau}{\partial t}+\varepsilon\frac{\partial\Delta^2 u_\tau}{\partial t}=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i(\tau,t)\frac{\partial}{\partial x_i}\Big[\nu\Big(\frac{\partial u_\tau}{\partial x_i}\Big)\frac{\partial u_\tau}{\partial x_i}\Big] \\ &u_\tau,\ \frac{\partial u_\tau}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega}=0,\quad u_\tau(x,0)=u_0(x) \end{aligned}\right\}, \qquad (\text{УI}_\tau)$$

где $\alpha_i(\tau,t)$ те же, что и в задаче (II_τ). Решение задач (УI) и (УI_τ) определяется аналогично решению задачи (У). Основной результат третьего параграфа можно сформулировать в виде следующей теоремы.

Теорема 6. Пусть $u_0(x)\in \overset{\circ}{W}{}_2^2(\Omega)$. Тогда $\forall\,\varepsilon>0$ существует решение задачи (УI_τ), которое при $\tau\to 0$ сходится $*$ – слабо в $L_\infty(0,T;\overset{\circ}{W}{}_2^2(\Omega))$ к единственному решению задачи (УI).

Результаты диссертации докладывались на семинарах кафедры вычислительных методов механики сплошной среды НГУ и отделения механики сплошной среды ВЦ СО АН СССР, руководимых академиком Н.Н.Яненко, на семинаре по качественной теории дифференциальных уравнений ИМ СО АН СССР, руководимом профессором Т.И.Зеленяком, на X Всесоюзной научной студенческой конференции НГУ и на пятой сессии Всесоюзного семинара по численным методам вязкой жидкости (Кацивели, 1974).

Автор выражает благодарность своему научному руководителю академику Н.Н.Яненко за руководство и постоянное внимание, а также к.ф.-м.н. Г.В.Демидову, совместная работа и плодотворные дискуссии с которым во многом способствовали выполнению этой работы.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Н.Н.Яненко, В.А.Новиков. Об одной модели жидкости с знакопеременным коэффициентом вязкости. Численные методы механики сплошной среды, 1973, т.4, №2.
2. Т.И.Зеленяк, В.А.Новиков, Н.Н.Яненко. О свойствах решений нелинейных уравнений переменного типа. Численные методы механики сплошной среды. 1974, т.5, №4.
3. Г.В.Демидов, В.А.Новиков. О сходимости метода слабой аппроксимации в рефлексивном банаховом пространстве. Функциональный анализ и его приложения. 1975, т.9, №1.

Подписано в печать 18.07.75 МН 03120
Формат бумаги 60х84, 1/16 Объем 0,6 п.л.
Тираж 200 экз. бесплатно Заказ № 586

Ротапринт НГУ 630090 Новосибирск