

A $\frac{2001}{13738}$

На правах рукописи

Аульченко Сергей Михайлович

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ
КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ В ДОЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Новосибирск – 2001

Работа выполнена в Институте теоретической и прикладной механики
СО РАН.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Борисов В.М.,

доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник Поташев А.В.,

доктор физико-математических наук,
профессор Черных Г.Г

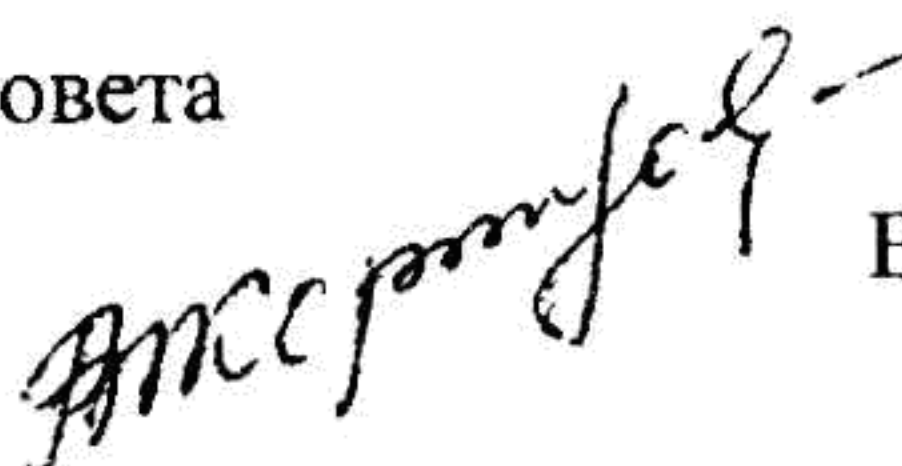
Ведущая организация: Экспериментальный машиностроительный
завод им. В.М. Мясищева, г Жуковский.

Защита состоится на заседании
диссертационного совета Д003.035.02 при Институте теоретической и
прикладной механики СО РАН по адресу 630090, ул. Институтская , 4/1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института
теоретической и прикладной механики СО РАН.

Автореферат разослан 2001г

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук



В.И. Корнилов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Одним из путей совершенствования летательных аппаратов является проектирование крыловых профилей, обладающих требуемыми свойствами при заданных ограничениях. Современные методы проектирования и оптимизации крыловых профилей основаны на решении трех классов задач. Это подход, основанный на теории обратных краевых задач, позволяющий получать явное представление их решений, исследовать вопросы корректности постановок и т.д. Даются ссылки на работы Н.Б. Ильинского, А.М. Елизарова, А.В. Поташова, Д.А. Фокина и других авторов, в которых содержится соответствующая обширная библиография по данному направлению. Основное ограничение этих методов заключается в требовании априорного знания распределения скорости или давления, которое позволяет корректно сформулировать задачу и приводит к удовлетворительному решению. Кроме того, определенную проблему представляет необходимость включения в алгоритм решения обратной задачи дополнительных ограничений, как на геометрию профиля, так и на его аэродинамические характеристики. Аналогичные ограничения характерны и для класса классических вариационных методов (А.Н. Крайко, М.А. Брутян, С.В. Ляпунов). При этом следует отметить, что оба эти подхода развиваются, расширяя область своей применимости.

Альтернативой обратному и классическому вариационному проектированию является применение численных методов оптимизации базирующихся на вычислительных методах динамики жидкости и газа. Эти методы не требуют априорной информации о решении и носят общий характер, что позволяет ставить и решать хорошо сформулированные задачи. Основным же препятствием применения оптимизационных процедур является их высокая стоимость, связанная с вычислением и анализом поведения производных (или градиентов) от целевой функции по переменным проектирования. Это обстоятельство напрямую связано с выбором как моделей течения газа, так и численных методов решения соответствующих уравнений и методов оптимизации. Приведены результаты и ссылки на работы как зарубежных, так и отечественных авторов, в

частности сотрудников ЦАГИ (Я.М. Серебрянский, В.Д. Боксер, С.В. Ляпунов, Г.А. Павловец), вклад которых в проектирование крыловых профилей трудно переоценить. На основе их анализа делается вывод, что разнообразие постановок и уровень требований, предъявляемый как к самому оптимальному решению, так и к процедуре его получения не позволяет считать существующие методы вполне исчерпывающими, а разработка и обоснование методов решения, соответствующих данному классу задач, является актуальной.

Целью работы является разработка комплексного подхода к численному решению оптимизационных задач и задач проектирования в аэрогидродинамике дозвуковых крыловых профилей. С единых позиций на основе сформулированных требований, характерных для этого круга задач, разработаны методы решения уравнений течений газа, генерации вычислительной сетки, представления геометрии варьируемой границы. Даны постановки задач оптимизации и проектирования, включая и многоточечную оптимизацию, учитывающие различные аэрогазодинамические и геометрические ограничения и получены их решения. Разработанные методики использованы для решения задач оптимизации конкретных крыловых профилей.

Теоретическое значение и научная новизна работы определяются следующим:

- Разработан алгоритм численного решения краевых задач обтекания крыловых профилей дозвуковым потоком газа на основе метода граничных элементов для нелинейного интегрального уравнения на адаптивных сетках, эффективность которого позволяет решать задачи прямой оптимизации.
- Создан новый метод представления свободных границ для задач аэродинамического проектирования на основе локальных полиномов Эрмита произвольной степени и бесконечного порядка гладкости (LL -аппроксимация), для которого доказаны теоремы об отсутствии точек перегиба у предложенной аппроксимации на интервалах интерполяции, определяемых только исходным разбиением и степенью полинома, о монотонности данной аппроксимации, о предельных свойствах аппроксимации.
- Сформулированы математическая постановка задачи оптимизации и стратегия вычисления целевого функционала. Впервые конфигурации дозвуковых

профилей получены решением прямой задачи оптимизации, сведенной к задаче нелинейного программирования при произвольных начальных условиях.

– Получен результат, состоящий в том, что профили, спроектированные при максимизации аэродинамического качества, обладают в диапазоне углов атаки, содержащем оптимальный угол, лучшими аэродинамическими характеристиками, чем профили, оптимизированные при фиксированной подъемной силе, соответствующей этому диапазону углов.

– Проведены модификации ряда конкретных крыловых профилей и получены конфигурации, обладающие меньшим сопротивлением для заданного режима обтекания и значения подъемной силы.

– Для заданного режима дозвукового обтекания решена задача многоточечной оптимизации крылового профиля и получен результат, свидетельствующий о преимуществе такого подхода по отношению ко всему комплексу профильных характеристик.

– Решена задача многоточечного проектирования крылового профиля типа “летающее крыло”, удовлетворяющего заданным условиям на коэффициенты подъемной силы и сопротивления на крейсерском режиме полета и максимальный коэффициент подъемной силы.

Методика исследований. Проведенные исследования опираются на численные методы механики сплошной среды, методы вычислительной геометрии и методы условной численной минимизации функционалов.

Обоснованность и достоверность полученных результатов обеспечена использованием известных моделей механики жидкости и газа в теории крыла, широким тестированием разработанных и используемых методов решения уравнений движения и оптимизационных задач, корректностью их постановки, согласованием полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными и точными решениями.

Практическая значимость состоит в разработке формализованной методики проектирования и оптимизации дозвуковых крыловых профилей, открытой для различных аэродинамических, газодинамических и геометрических ограничений, что имеет важное значение для развития и совершенствования авиационной техники. На основе этой методики создан пакет прикладных про-

грамм проектирования оптимальных двумерных конфигураций, удовлетворяющих заданным аэродинамическим и геометрическим ограничениям. Полученные результаты были использованы при выполнении хоздоговорных работ с ЭМЗ им. В.М. Мясищева, при выполнении грантов Российского фонда фундаментальных исследований (1996-2000).

Апробация работы. Результаты работы по мере их получения докладывались на Всесоюзной конференции "Управление в механике" (Москва, 1982), на Пятой Всесоюзной школе "Теоретические основы конструирования численных алгоритмов для решения задач математической физики и теория приближений" (Казань, 1984), на XVI научно-технической конференции молодых специалистов ЦАГИ (Жуковский, 1986), на: Второй всесоюзной школе молодых ученых и специалистов "Проблемы оптимизации в машиностроении" (Харьков, 1986), конференции молодых ученых МФТИ (Москва, 1987), на Всесоюзных школах "Методы аэрофизических исследований" (Новосибирск, 1982, 1986, Абакан, 1989), на Первой Всесоюзной школе-конференции "Математическое моделирование" (Куйбышев, 1990 г.), на Международной конференции "Free-boundary problems in continuum mechanics" (Новосибирск, 1991 г.); на Пятой Всероссийской школе "Численные методы механики сплошной среды" (Абрау-Дюрсо, 1992 г.), на Десятой Всероссийской конференции "Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов решения задач математической физики" (Москва, 1994г.), на VI – X Международных конференциях "Methods of Aerophysical Research" (Новосибирск, 1992, 1994, 1996, 1998, 2000 гг.), на Пятых Чаплыгинских чтениях (СибНИА, Новосибирск, 1999); на семинаре отдела краевых задач НИИММ им. Н.Г. Чеботарева, руководимом профессором Н.Б. Ильинским (Казань, 2001 г.), на семинарах ИТПМ СО РАН.

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 29 печатных работах. Из совместных публикаций в диссертацию включены результаты, полученные автором или при его непосредственном участии.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, объединяющих 21 параграф, заключения, списка цитируемой литературы из 192 наименований и приложения. Общий объем работы 217 страниц, включая 89 рисунков и 10 таблиц.

На защиту выносятся следующие научные результаты:

1. Алгоритм численного решения краевых задач обтекания крыловых профилей дозвуковым потоком газа на основе метода граничных элементов для нелинейного интегрального уравнения на адаптивных сетках, эффективность которого позволяет решать задачи прямой оптимизации.

2. Новый метод представления свободных границ для задач аэродинамического проектирования на основе параметрических полиномов фиксированной степени и первого порядка гладкости и с выбором узлов сопряжения для интервалов интерполяции, при котором отсутствуют осцилляции.

3. Новый метод представления свободных границ для задач аэродинамического проектирования на основе локальных полиномов Эрмита произвольной степени и бесконечного порядка гладкости (LL – аппроксимация), для которого доказаны теоремы об отсутствии точек перегиба у предложенной аппроксимации на интервалах интерполяции, определяемых только исходным разбиением и степенью полинома, о монотонности данной аппроксимации, о предельных свойствах аппроксимации.

4. Математическая постановка задачи оптимизации крыловых профилей и стратегия вычисления целевого функционала.

5. Конфигурации дозвуковых крыловых профилей, удовлетворяющих заданным аэродинамическим и геометрическим ограничениям впервые полученные решением прямых задач оптимизации, сведенных к задачам нелинейного программирования при произвольных начальных условиях, в том числе профили, обладающие максимальным аэродинамическим качеством при фиксированных либо максимальной относительной толщине, либо относительной площади профиля.

6. Крыловые профили, полученные модификацией экспериментальных профилей и обладающие меньшим сопротивлением для заданного режима обтекания и значения подъемной силы.

7. Результат решения задачи многоточечной оптимизации крылового профиля, свидетельствующий о преимуществе такого подхода с точки зрения всего комплекса профильных характеристик.

8. Результат решения задачи многоточечного проектирования крылового профиля типа “летающее крыло”, удовлетворяющего заданным условиям на коэффициенты подъемной силы и сопротивления на крейсерском режиме полета и на максимальный коэффициент подъемной силы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается критический обзор различных моделей среды и методов расчета характеристик обтекания крыловых профилей, используемых в прямых методах проектирования и оптимизации. Отмечается, что оптимальными характеристиками профиль должен обладать на крейсерском режиме полета, моделирование которого, в отличие режимов взлета – посадки, не просто возможно на современном этапе развития численных методов и вычислительной техники, но возможно на уровне включения расчетов характеристик профилей в процесс решения оптимизационных задач. Математические методы решения задач оптимизации неизбежно должны прийти на смену не формализованным принципам проектирования, в результате применения которых проектируются профили, удовлетворяющие требованиям к ним предъявляемым, но не являющиеся оптимальными, так как этот принцип не заложен в самом способе проектирования. Это может позволить получить новые решения в классах как уже хорошо исследованных профилей, так и при разработке перспективной техники.

Отмечается также, что среди работ, посвященных проектированию и оптимизации крыловых профилей, до сих пор преобладают работы, в которых в качестве моделей используются либо только модель Эйлера, либо модель вязко – невязкого взаимодействия, а работ с использованием модели Навье – Стокса существенно меньше. Это связано с тем, что использование в качестве модели течения уравнений Навье – Стокса при решении оптимизационных задач требует с одной стороны использования суперкомпьютеров и алгоритмов распараллеливания вычислений, а с другой – остается открытым вопрос об адекватности используемых моделей турбулентности в условиях весьма произвольного варьирования переменных проектирования, так как их параметры, как правило, ориентированы на конкретные режимы течения. Кроме того, решения уравнений Навье – Стокса могут быть в лучшем случае квазистационарными, что по сути дела противоречит постановке оптимизационных задач. Использование для решения задачи обтекания профиля модели вязко – невязкого взаимодействия является по прежнему наиболее рациональным как с точки зрения получения практически значимых результатов решения оптимизационных задач, так и с точки зрения вычислительной эффективности.

При решении оптимизационных задач дополнительные требования предъявляются и к методам решения уравнений Эйлера или уравнения полного потенциала и к связанным с этими методами расчетным сеткам. При этом необходимо отметить возросший интерес к методам решения интегральных граничных уравнений, таким как метод граничных элементов (МГЭ), которые при соответствующей модификации могут быть применены и для решения уравнений движения сжимаемой жидкости. Это объясняется следующим. Методы конечных разностей привлекательны тем, что их в принципе можно приложить к любой системе дифференциальных уравнений, но учет граничных условий задачи часто является громоздкой и трудно программируемой операцией. Точность получения численного решения полностью зависит от степени измельчения сетки. Они имеют слишком жесткие ограничения на структуру расчетной сетки, чтобы адаптировать ее к варьируемой геометрии контура, что осложняет реализацию граничных условий. В противном случае возникают проблемы, связанные с устойчивостью и точностью вычислений.

В настоящее время наиболее популярным, безусловно, является метод конечных элементов (МКЭ). Диапазон применимости МКЭ, их эффективность и сравнительная легкость, с которой могут быть учтены реальные граничные условия, делают их серьезными соперниками любого конкурирующего метода. Слабая сторона состоит в том, что он представляет собой схему дискретизации всей области, а это неизбежно ведет к очень большому количеству конечных элементов и соответственно к системам уравнений большой размерности, особенно в задачах с удаленными границами и часто приводит к нереальным разрывам значений физических величин между смежными элементами.

Альтернативным подходом к решению дифференциальных уравнений является попытка аналитически проинтегрировать их или перед переходом к какой-либо схеме дискретизации, или перед введением какой-либо аппроксимации. Сущность методов граничных интегральных уравнений состоит в преобразовании исходных уравнений в эквивалентную систему интегральных уравнений в качестве первого шага решения задачи. Отсюда следует, что любая применяемая в дальнейшем схема дискретизации, будет приводить к разбиениям только границ области. Если дифференциальные уравнения квазилинейны, то к граничным интегралам следует добавить объемный интеграл, включающий произвольное разбиение области. В этих случаях, однако, разбиение области не приводит к увеличению порядка окончательной системы алгебраи-

ческих уравнений, подлежащей решению, и преимущества МГЭ сохраняются. Эта разница еще больше для тех классов задач, которые особенно благоприятны для МГЭ, например, для систем, границы которых частично находятся в бесконечности, поскольку процедура решения МГЭ автоматически удовлетворяет допустимым граничным условиям на бесконечности и разбиение этих границ не требуется. Платой за это преимущество является заполненность матрицы, порождаемой при помощи МГЭ системы в отличие от МКЭ.

Важным преимуществом является и то, что после решения интегрального уравнения, могут быть вычислены значения переменных, описывающие решение, в любой точке области, а решение полностью непрерывно всюду в области. Эти особенности присущи только МГЭ и выделяют его среди возможных альтернатив.

Во введении обсуждается еще один аспект, присущий задачам оптимизации и проектирования связанный с варьированием контура профиля. Он состоит в выборе способа его аппроксимации, который практически не обсуждается в публикациях. Суть в том, что математическое представление геометрии тела должно исключать “паразитные осцилляции” при варьировании определяющих параметров, приводящие к некорректности оптимизационной задачи. Эта проблема далеко не проста, поскольку практически все традиционные способы аналитического описания и представления в ЭВМ криволинейных границ имеют свои достоинства и недостатки. К последним можно отнести: тенденцию к осцилляциям у полиномиальных представлений, невысокую степень гладкости сопряжения для кусочно-полиномиальных представлений, необходимость задания производных в узлах для эрмитовой интерполяции. У сплайнов также могут возникать осцилляции на интервалах с большими градиентами и в точках разрыва кривизны, у параметрических сплайнов свободных от традиционных осцилляций возможно появление петель. Кривые Фергюссона – Бернштейна – Безье не могут одновременно удовлетворять требованиям высокой гладкости сопряжения и хорошего приближения к заданным узлам.

Далее во введении отмечается, что успех в решении собственно оптимизационной задачи зависит от использования эффективных способов минимизации функции многих переменных при наличии функциональных ограничений в виде равенств и неравенств и, что логическим завершением разработки методов решения задач проектирования и оптимизации является создание специализированного комплекса или пакета прикладных программ, позволяюще-

го выводить графическую и числовую информацию о процессе поиска решения оптимизационной задачи на любом этапе. Это дает возможность оценивать роль и влияние параметров проектирования, ограничений, точности их выполнения, коэффициентов штрафа и иных параметров алгоритма на ход решения и вносить соответствующие коррективы. Только наличие такого пакета (комплекса) позволяет говорить о возможности решения практических задач, так как результаты представленные в публикациях носят в основном тестовый, методический характер, не являются систематическими и могут служить лишь ориентирами в проведении исследований.

В первой главе изложен алгоритм численного решения краевых задач дозвуковой аэрогазодинамики для расчета обтекания крыловых профилей на основе метода граничных элементов решения нелинейного интегрального уравнения, сформулированного как уравнение Пуассона на каждой итерации, а также принципы и методы построения различных типов адаптивных вычислительных сеток. Описан способ учета влияния вязкости на режим обтекания и характеристики профиля. Приведены примеры тестовых расчетов, сравнение с точными решениями и экспериментальными данными.

В §§1, 2 для плоского установившегося безвихревого баротропного течения невязкого газа получено уравнение, которое служит основой для получения интегрального представления решения задачи обтекания

$$\Delta\varphi = \operatorname{div}\bar{w} = \frac{\partial w}{\partial s} + w \frac{\partial \theta}{\partial n} = M^2 \frac{\partial w}{\partial s}$$

и, после перехода к потенциалу возмущений, сформулирована краевая задача:

$$\varphi = \varphi_{\infty} + \tilde{\varphi}, \quad \bar{w}_{\infty} = \operatorname{grad}\varphi_{\infty}$$

$$\Delta\tilde{\varphi} = M^2 \frac{\partial w}{\partial s} = Q(M, w), \quad \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial n} = -\bar{w}_{\infty} \cdot \bar{n}, \quad w_{\tau}^h - w_{\tau}^d = 0.$$

Используя интегральное представление решения

$$\varphi(z) = \operatorname{Re} \left[\int_C (q + i\omega) F(z - z_p) dl_p + \int_D Q F(z - z_p) ds_p \right],$$

где

$$F(z) = \ln z / 2\pi,$$

получаем следующие соотношения для условий непротекания и Чаплыгина – Жуковского:

$$\begin{aligned} \int_C q(\bar{\xi}) \left(\frac{\partial \ln r_i}{\partial n_i} - \omega \frac{\partial \theta_i}{\partial n_i} \right) d\xi &= -2\bar{w}_\infty \bar{n}_i - \iint_D Q(\bar{s}) \frac{\partial \ln r_i}{\partial n_i} ds, \\ \int_C q(\bar{\xi}) \left[\left(\frac{\partial r_h}{\partial \tau_h} - \frac{\partial r_d}{\partial \tau_d} \right) - \omega \left(\frac{\partial \theta_h}{\partial \tau_h} - \frac{\partial \theta_d}{\partial \tau_d} \right) \right] d\xi &= \\ &= 2\pi \bar{w}_\infty \cdot (\bar{\tau}_h - \bar{\tau}_d) - \iint_D Q(\bar{s}) \left(\frac{\partial \ln r_h}{\partial \tau_h} - \frac{\partial \ln r_d}{\partial \tau_d} \right) ds, \end{aligned}$$

позволяющие применить метод граничных элементов в следующей формулировке:

$$\begin{aligned} q(\eta) &= q_{i-1} f_1 + q_i f_2, \quad f_1 = (1 - \eta)/2, \quad f_2 = (1 + \eta)/2, \quad \eta \in (-1, 1), \\ G \bar{q}_\omega &= H, \quad \bar{q}_\omega = (\bar{q}, \omega). \end{aligned}$$

Искомymi величинами являются значения плотности источников q_i в узлах коллокации и завихренность ω . Элементы матрицы G и вектора правых частей H вычисляются исходя из дискретного представления условий непротекания и Чаплыгина – Жуковского на граничных элементах разбиения контура профиля. Система уравнений решается итерациями по нелинейности в правой ее части из начального приближения, соответствующего обтеканию профиля несжимаемой жидкостью. Учет же сжимаемости различными поправками в задачах проектирования оказывается некорректным, так как нарушаются условия их применимости при произвольном варьировании контура и угла атаки. В §§ 3-7 описывается метод построения адаптивных расчетных сеток. На основании сформулированных требований сделан вывод о том, алгоритм построения сетки должен основываться на вариационном принципе, реализуемом прямыми методами численной оптимизации на множестве параметров, задающих сжимающие (и растягивающие) преобразования сетки. Это позволяет учитывать, если требуется, произвольное число дополнительных требований к

генерируемой сетке, естественным образом включить процедуру минимизации функционала в итерационный процесс решения системы нелинейных уравнений и исключить возможность возникновения нерасчетных ситуаций при решении оптимизационной задачи или задачи проектирования. Вариационный принцип построения расчетных сеток заключается в минимизации следующего функционала

$$J = F_1 + F_2 \Rightarrow \min_{\bar{p}_s},$$

$$F_1 = \left[\frac{1}{\mu(\Omega_1)} \int_{\Omega_1} R(x, y)^2 d\omega \right], \quad F_2 = \left[\frac{1}{\mu(\Omega_2)} \int_{\Omega_2} R(x, y)^2 d\omega \right],$$

$R(x, y)$ – критерий качества решения уравнений, например, погрешность аппроксимации уравнений в области $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$.

$$\Omega_2 : \{ \omega_{ij} : F_{ij} > F \}, \quad F_{ij} = \frac{1}{\mu(\omega_{ij})} \int_{\omega_{ij}} R(x, y) d\omega,$$

$$F = \left[\frac{1}{\mu(\Omega)} \int_{\Omega} R(x, y)^2 d\omega \right]$$

Преобразование нормированных координат задается следующим образом:

$$\lambda_i = a + (b - a)z + c4z(1 - z)^\beta,$$

$$z = i/N, \quad \lambda_{\min} \leq \lambda_i \leq \lambda_{\max}, \quad 0 < \lambda_{\min} < \lambda_{\max} < 1,$$

$$0 < a < 1, \quad 0 < b < 1, \quad c, \beta \in \mathbb{R}, \quad \bar{p}_s = (a, b, c, \beta),$$

а формулы пересчета физических координат имеют вид:

$$S_i = \prod_{k=1}^i \left(\frac{1}{\lambda_k} - 1 \right), \quad x_1 = x_0 + \frac{x_N - x_0}{1 + \sum_{i=1}^N S_i},$$

$$x_i = x_{i-1} + (x_{i-1} - x_{i-2}) \left(\frac{1}{\lambda_{i-1}} - 1 \right), \quad i = 1, \dots, N-1$$

Адаптация сетки к решению происходит согласно следующему алгоритму. На каждом итерационном шаге решения нелинейного интегрального уравнения

вычисляется значение функционала J^n на имеющейся сетке. Кроме того, производится вариация только одного из коэффициентов, задающих распределения λ . Каждый раз номер варьируемого параметра является равномерно распределённым случайным числом. Затем делается пересчет полей параметров течения из ячеек старой сетки в ячейки новой по предложенной в работе аппроксимационной формуле.

После этого делается та же n -я итерация на новой сетке. Вычисляется функционал $\tilde{J}^n$. Если $\tilde{J}^n < J^n$, то следующая итерация производится на новой сетке, если нет, то делается шаг на сетке предыдущей и т. д. Многочисленные расчеты показали практическую сходимость такого итерационного процесса (рис. 1). В §8 приводятся основные соотношения, позволяющие вычислить вязкие потери, а также формпараметр для критерия безотрывности. Так как обтекание крыльев происходит при больших числах Рейнольдса, то учет вязкости проводится в рамках модели пограничного слоя. Это позволило с одной стороны достаточно точно учесть влияние вязкости (о чем свидетельствует сравнение расчетной и экспериментальной поляр), с другой – избежать многократного решения уравнений пограничного слоя в условиях возможного отрыва при вариациях контура. Так как значение констант в критерии безотрывности весьма различны, то были проведены исследования зависимости расчетного значения этого критерия от угла атаки. Получено, что для задач дозвукового обтекания не тонких профилей под углами атаки далекими от малых, значение $f_0 \in [-3, -2]$ по Лойцянскому явно завышено по сравнению с $f_0 \in [-5.6, -4.8]$ по Прандтлю – Бури и не может использоваться для оценки режима обтекания. В §9 приведены результаты многочисленных тестовых расчетов. При расчетах расстояние до внешней границы варьировалось от двух до четырех длин хорды профиля. Число граничных элементов на контуре варьировалось от 30 до 40, а число элементов разбиения области от 1800 до 4000. Проведено сравнение полученных решений для области одних и тех же размеров в указанном диапазоне разбиений контура и области, а также сравнение решений для различных размеров области с сохранением шагов сетки по контуру и области. Разность между решениями в норме C получена менее 0,1%. На рис. 2, 3 приведены примеры сравнения расчетных и экспериментальных характеристик для профиля NASA 64₂-215.

Вторая глава посвящена изложению новых методов представления свободных границ для задач аэродинамического проектирования: § 2 – на основе параметрических полиномов фиксированной степени и первого порядка гладкости, §§ 3, 4 – на основе локальных полиномов Эрмита произвольной степени и бесконечного порядка гладкости (*LL*-аппроксимация). Схема построения контура профиля следующая. Задается линейчатый каркас (x_i, f_i) , в который локально вписываются кривые, задаваемые выражением

$$P(\xi) = (1 - \xi)^{L+1} F_0(\xi) + \xi^{L+1} F_1(\xi), \quad (1)$$

$$F_0 = \sum_{k=0}^L a_k \xi^k, \quad F_1 = \sum_{k=0}^L b_k (1 - \xi)^k$$

при следующих граничных условиях:

$$G_i(x) = f_i + G'_i(x - x_i), \quad G'_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i}, \quad i = 1, 2, \dots, K-1,$$

$$\Delta z = z_{i+1} - z_i, \quad \Delta x = x_{i+1} - x_i$$

из которых следуют формулы для коэффициентов

$$a_k = C_{L+k}^L \left[f_{i+1} + G'_i \frac{k\Delta z - (L+k)\Delta x}{L+k} \right], \quad (2)$$

$$b_k = C_{L+k}^L \left[f_{i+1} + G'_{i+1} \left(\frac{L\Delta z - (L+k)\Delta x}{L+k} \right) \right], \quad k = 0, 1, \dots, L, \quad C_i^j = \frac{i!}{j!(i-j)!}$$

Доказаны следующие свойства параметрических полиномов:

Теорема 1. Для $\Delta z \in [(2 - 1/(L+1))\Delta x, (2 + 1/L)\Delta x]$ полином (1) с коэффициентами (2) на интервале (0, 1) точек перегиба не имеет.

Теорема 2. При $\Delta z = 2 \Delta x$ и $G'_i \cdot G'_{i+1} > 0$ функция $P(\xi)$ монотонна на интервале $[0,1]$.

Теорема 3. При $\Delta z = 2 \Delta x$ для полинома (1) с коэффициентами (2) справедливо утверждение

$$\lim_{L \rightarrow \infty} P(\xi(x_{i+1})) = f(x_{i+1}).$$

Теорема 4. Пусть функция $f(x)$ задана в K точках

$$f_i = f(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, K;$$

Существует распределение t_i , такое, что для аппроксимирующих полиномов

$$\tilde{f} = Q_1(t), \quad \tilde{x} = Q_2(t), \quad t \in [0,1] \quad (3)$$

функция $F(x)$, получаемая исключением параметра t в (3), не имеет точек перегиба внутри интервалов сопряжения.

В §5 даны примеры аппроксимации различных границ.

На рис. 4 приведены результаты, свидетельствующие о преимуществах данного представления кривых перед кубическим сплайном (рис. 5), давшим осцилляции контура и, соответственно, производных.

Третья глава посвящена общей постановке задач оптимизации и проектирования дозвуковых крыловых профилей, формулировке основных аэродинамических и геометрических ограничений, стратегии и методам поиска экстремума функционала. Получены решения задач проектирования дозвуковых профилей с максимальным аэродинамическим качеством при фиксированных либо относительной площади профиля, либо его относительной толщины для разных стратегий вычисления целевого функционала. Задача оптимизации формулируется следующим образом (§1).

Спроектировать крыловой профиль, удовлетворяющий основным газодинамическим ограничениям:

$$1. M_\infty = \text{const}, \quad 2. M_C \leq M_{\max}, \quad 3. f(s) \geq f_0, \quad 4. Re = R_0;$$

основным геометрическим ограничениям:

1. $d_{\min} \leq d_{C\min}$, 2. $d_{C\max} \leq d_{\max}$, 3. $S_{\min} \leq S_C$,
4. $b_C = \text{const}$, 5. $F(x, \bar{p}) \in C^k(0, b_C)$, $k \geq 1$

и обеспечивающий максимум (минимум) целевому функционалу $\Phi(\bar{p}, \bar{g})$:

$$\Phi(\bar{p}, \bar{g}) = K_a, \quad \bar{g} = (M_\infty, M_{\max}, R_0, f_0, d_{\min}, d_{\max}, S_{\min}).$$

Здесь M_∞ – число Маха набегающего потока, M_C – локальное число Маха на контуре, $M_{\max}$ – максимальное число Маха потока, Re – число Рейнольдса, $d_{C\min}$, $d_{C\max}$ – минимальная и максимальная толщина, S_C – площадь, b_C – длина хорды профиля, f_0 – константа, входящая в выбранный критерий безотрывности, s – длина дуги вдоль верхнего и нижнего контуров профиля, $d_{\min}$, $d_{\max}$ – допустимая минимальная и максимальная толщина профиля, $S_{\min}$ – допустимая минимальная площадь, охватываемая контуром профиля, $F(x, \bar{p})$ – функция описывающая геометрию контура, зависящая от вектора параметров $\bar{p}$, k – степень гладкости контура. Вектор $\bar{g}$ состоит из констант, входящих в ограничения.

Эта задача сводится к задаче нелинейного программирования и минимизации составного функционала (§2):

найти $\min \Phi(x), \quad x \in X$

при условиях $E_N \supset X = \{x : x'_i \leq x_i \leq x''_i\}$,

$$\varphi_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, Q, \quad \psi_k(x) \leq 0, \quad k = 1, \dots, Q'.$$

Составной функционал имеет вид:

$$\Phi_c = \Phi_0 \left[\sum_{j=1}^Q K_j \left(\frac{\varphi_j}{\varepsilon_j} \right)^2 + \sum_{k=1}^{Q'} K'_k \left(\frac{\psi_k}{\varepsilon'_k} + \left| \frac{\psi_k}{\varepsilon'_k} \right| \right)^2 + 1 \right], \quad \Phi_0 = 1 + \Phi$$

Методы его минимизации можно охарактеризовать как неградиентные методы поиска с адаптацией и использованием элемента случайности. Они реализова-

ны в виде специализированного комплекса программ, синтезированного на основе модифицированных методов вращающихся координат, направляющего конуса и матричного спуска. В §3 рассмотрены различные стратегии получения оптимального решения: специфической особенностью определения оптимального контура крылового профиля является вопрос о способе включения в число варьируемых параметров при вычислении функционала угла атаки. Есть два пути. Первый – включить угол атаки в общее множество варьируемых параметров, состоящее из параметров, задающих геометрию контура. Вторым – на каждой вариации параметров геометрии определять угол атаки, при котором достигается экстремальное значение функционала. При включении в число ограничений условия равенства подъемной силы заданному значению второй подход означает поиск угла атаки, соответствующего заданному ограничению для каждой вариации геометрических параметров. Иными словами, при второй стратегии оптимальный угол атаки есть функция геометрии контура, а при первой стратегии геометрия является функцией текущего угла, а оптимальный угол в свою очередь – функция геометрии. Оба подхода позволяют получить результат, а для их сравнения уместна аналогия между методом координатного спуска и градиентным методом, если под одной из координат понимать угол атаки, а под другой – вектор геометрических параметров. Вторая стратегия позволяет достигнуть более глубокий экстремум, хотя необходимо отметить, что первая стратегия требует значительно меньше времени на получение решения оптимизационной задачи по сформулированным критериям останова. В § 4 решены три оптимизационные задачи, дающие возможность сравнить влияние на полученное решение различных стратегий оптимизации по углу атаки и различных способов задания габаритных ограничений:

$$\text{Задача 3.1(3.2)} \quad M_{\infty} = 0,5 \quad M_{\max} = 1, \quad f_0 = -3, \quad Re = 1 \cdot 10^6 \left(6 \cdot 10^6 \right), \\ d_{\min} = 0, \quad S_{\min} = 0,1$$

$$\text{Задача 3.3.} \quad M_{\infty} = 0,5 \quad M_{\max} = 1, \quad f_0 = -3, \quad Re = 1 \cdot 10^6 \left(6 \cdot 10^6 \right), \\ d_{\min} = 0, \quad d_{C_{\max}} = 16,8\%,$$

Таблица 1

№	c_y	c_x	c_x	c_m	K_a	K_a
		$Re=1 \cdot 10^6$	$Re=6 \cdot 10^6$		$Re=1 \cdot 10^6$	$Re=6 \cdot 10^6$
1	$0,635 \cdot 10^{-0}$	$1,098 \cdot 10^{-2}$	$0,785 \cdot 10^{-2}$	$-1,10 \cdot 10^{-2}$	$0,578 \cdot 10^{+2}$	$0,808 \cdot 10^{+2}$
2	$0,796 \cdot 10^{-0}$	$1,285 \cdot 10^{-2}$	$0,826 \cdot 10^{-2}$	$-2,62 \cdot 10^{-2}$	$0,619 \cdot 10^{+2}$	$0,963 \cdot 10^{+2}$
3	$0,902 \cdot 10^{-0}$	$1,385 \cdot 10^{-2}$	$0,893 \cdot 10^{-2}$	$-2,80 \cdot 10^{-2}$	$0,651 \cdot 10^{+2}$	$0,101 \cdot 10^{+3}$
4	$0,104 \cdot 10^{+1}$	$1,464 \cdot 10^{-2}$	$0,981 \cdot 10^{-2}$	$-1,31 \cdot 10^{-1}$	$0,710 \cdot 10^{+2}$	$0,106 \cdot 10^{+3}$

Выбор значения $M_\infty = 0,5$ дает большую свободу вариациям геометрических параметров по сравнению с околоскритическим режимом обтекания и оценить характер влияния различных ограничений на получаемое решение. В качестве исходного профиля для *Задач 3.1-3.3* взят один и тот же симметричный профиль, удовлетворяющий всем ограничениям кроме габаритных. Его аэродинамические характеристики приведены в первой строке таблицы 1 для угла атаки, соответствующего максимальному качеству. На рис. 6 и рис. 7 пунктирной линией показаны контур исходного профиля и распределение коэффициента давления по верхнему и нижнему контуру для этого угла атаки. Сплошной линией показаны полученные контур профиля и распределение коэффициента давления, соответствующие решению *Задач 3.2, 3.3*. При решении *Задачи 3.1* реализован первый вариант стратегии и характеристики приведены во второй строке таблицы. Вторым реализован при решении *Задачи 3.2*, постановка которой полностью совпадает с постановкой *Задачи 3.1*. Результат решения представлен на рис. 6 и третьей строке таблицы 1, из которой видно, что вторая стратегия позволяет продвинуться дальше по значению качества. Во многих практически важных задачах габаритное ограничение на максимальную толщину профиля является жестким, и поэтому в следующих постановках вместо условия на площадь будет использоваться именно оно. Кроме того, при решении всех приведенных ниже задач будет применяться второй вариант стратегии, позволяющий получать более глубокий экстремум. Выбор в *Задаче 3.3* в качестве величины ограничения на максимальную толщину профиля аналогичной величины, полученной при решении предыдущих задач, позволяет сравнить влияние различных видов геометрических ограничений на результат. Он представлен на рис. 7 и в строке №4 таблицы 1. Использование ограничения второго типа расширяет область поиска, однако, полученное решение может оказаться неудовлетворительным по весовым и моментным ха-

рактикам: площадь получилась на 11% больше и значительно увеличилось по модулю значение момента, относительно четверти хорды. Ясно, что добавление ограничений на площадь сверху и ограничений на момент снизу при проектировании даст контур средний между №3 и №4. В этом же параграфе рассмотрена задача оптимизации профиля с ограничением на подъемную силу, т.к. проектирование крыловых профилей оптимальных по аэродинамическому качеству предполагает его реализацию на крейсерском режиме полета и, следовательно, фиксированное значение подъемной силы. Возникает вопрос: что даст лучший результат – профиль, спроектированный на максимальное качество при произвольном c_y на угле атаки, соответствующем c_y крейсерского режима, или профиль, изначально спроектированный на максимальное качество при учете этого ограничения. Получен результат, состоящий в том, что профили, полученные максимизацией аэродинамического качества, обладают в диапазоне углов атаки, содержащем полученный оптимальный угол, лучшими аэродинамическими характеристиками, чем профили, оптимизированные при фиксированной подъемной силе, соответствующей этому диапазону, так как наличие ограничения типа равенства формирует овражную структуру составного функционала, что затрудняет поиск экстремума.

Четвертая глава демонстрирует возможности разработанных методов, оформленных в виде пакета прикладных программ для РС, на решении конкретных задач оптимизации экспериментальных профилей: в §1 – NACA 64₂ – 215, в §2 – П-2,3/75-17 и в §3 – П-2,9/31-17. В результате получены контуры профилей, обладающие при той же, что и у прототипов максимальной относительной толщине, большими значениями аэродинамического качества. Проведен сравнительный анализ их поляря, а также несущих и моментных характеристик. Исходные профили обладают достаточно оптимальными характеристиками и могут служить представительными объектами исследований для проверки, как методики, так и результатов, полученных в предыдущей главе. И, кроме того, полученные при оптимизации результаты уже не будут носить только методико-теоретический характер, но и могут представлять практический интерес.

Таблица 2

№	c_y	c_x Re=1·10 ⁺⁶	c_x Re=6·10 ⁺⁶	c_m	K_a Re=1·10 ⁺⁶	K_a Re=6·10 ⁺⁶
1	0,551·10 ⁻⁰	0,958·10 ⁻²	0,615·10 ⁻²	-3,70·10 ⁻²	0,575·10 ⁺²	0,895·10 ⁺²
2	0,718·10 ⁻⁰	1,217·10 ⁻²	0,784·10 ⁻²	-6,30·10 ⁻²	0,590·10 ⁺²	0,915·10 ⁺²
3	0,801·10 ⁻⁰	1,251·10 ⁻²	0,785·10 ⁻²	-1,36·10 ⁻¹	0,640·10 ⁺²	0,102·10 ⁺³

В ограничениях было зафиксировано требование 15% максимальной толщины профиля. На рис. 8 представлен результат решения *Задачи 4.1* на максимум качества при выборе в качестве начального контура прототипа - профиля *NACA 64₂-215*, а на рис. 9 начальным контуром являлся симметричный контур. Начальные и итоговые распределения коэффициента давления и контуры профилей показаны соответственно штриховыми и сплошными линиями. Углы атаки соответствует максимальным значениям аэродинамического качества для этих профилей. Интегральные аэродинамические характеристики исходного профиля и полученных оптимальных профилей, обозначенных соответственно №1-№3, приведены в 1-3 строках таблицы 2. Повышение качества профиля №2 произошло в основном за счет увеличения кривизны верхнего контура профиля, смещения ее к кормовой части. Это позволило увеличить значение подъемной силы при незначительном росте профильного сопротивления. Профиль, полученный из симметричного начального контура, обладает еще большим аэродинамическим качеством, что обусловлено существенно большей "подрезкой" в хвостовой части нижнего контура, позволившей увеличить значение подъемной силы при одновременном уменьшении угла атаки. Это в свою очередь привело к "полочному" распределению скорости на верхней поверхности контура и сформировало значительный по протяженности участок ламинарного пограничного слоя. Здесь надо отметить значительный рост (по модулю) момента за счет увеличения аэродинамической нагрузки в хвостовой части, что не всегда является благоприятным фактором. Существенно, что и для фиксированного крейсерского значения коэффициента подъемной силы аэродинамическое качество полученных профилей больше, чем у прототипа, о чем свидетельствуют данные, приведенные в таблице 3.

Таблица 3

№	c_y	c_x	c_x	c_m	K_a	K_a
		$Re=1 \cdot 10^6$	$Re=6 \cdot 10^6$		$Re=1 \cdot 10^6$	$Re=6 \cdot 10^6$
1	$0,605 \cdot 10^{+0}$	$1,167 \cdot 10^{-2}$	$0,774 \cdot 10^{-2}$	$-3,70 \cdot 10^{-2}$	$0,518 \cdot 10^{+2}$	$0,781 \cdot 10^{+2}$
2	$0,602 \cdot 10^{+0}$	$1,135 \cdot 10^{-2}$	$0,759 \cdot 10^{-2}$	$-6,20 \cdot 10^{-2}$	$0,530 \cdot 10^{+2}$	$0,793 \cdot 10^{+2}$
3	$0,602 \cdot 10^{+0}$	$1,008 \cdot 10^{-2}$	$0,671 \cdot 10^{-2}$	$-1,25 \cdot 10^{-1}$	$0,597 \cdot 10^{+2}$	$0,896 \cdot 10^{+2}$

Необходимо отметить, что модификация профилей без учета ограничений на крейсерское значение подъемной силы, а также использование в качестве начального контура произвольной конфигурации приводит к заметному и часто нежелательному изменению других его характеристик, например, момента. Примером модификации экспериментальных профилей с учетом этих обстоятельств служат результаты §§ 2, 3. Решаются Задачи 4.5 и 4.6 модификации исходных профилей П-2,3/75-17 и П-2,9/31-17 при следующих основных ограничениях:

$$M_\infty = 0,6, \quad M_{\max} = 1, \quad f_0 = -3, \quad Re = 1 \cdot 10^6 \left(6 \cdot 10^6 \right), \quad d_{\min} = 0, \\ d_{C_{\max}} = 17\%,$$

дополнительном аэродинамическом ограничении $c_y = 0,7$ при максимизации целевого функционала $\Phi(\bar{p}, \bar{g}) = K_a$

Результаты представлены на рис. 10 и рис. 11. Штриховые линии – начальный контур и распределение коэффициента давления на нем, сплошные – итоговый контур и распределение коэффициента давления. В первой задаче получено увеличение качества на 3% как для числа Рейнольдса 10^6 , так и для $6 \cdot 10^6$ при практически том же моменте $-0,110$ у исходного профиля и $-0,109$ у полученного. Произошло уменьшение кривизны “подрезки” в хвостовой части профиля, что благоприятно сказалось на градиентах течения в ее окрестности и, как следствие, на сопротивлении. Такое изменение геометрии контура связано с дозвуковым характером обтекания при $M_\infty = 0,6$ и возможностью уменьшить аэродинамическую нагрузку в хвостовой части профиля без ущерба для его несущих характеристик. Однако это изменение геометрии нижнего контура неблагоприятным образом отразилось на поведении момента, выразившемся в образовании так называемой “ложки”. Во второй задаче так же получено увеличение качества примерно на 3% при практически том же момен-

те: $-0,0744$ у исходного профиля и $-0,0748$ у полученного. Произошло уменьшение кривизны нижнего контура, и смещение абсциссы максимальной толщины верхнего контура к кормовой части, что сделало более равномерным распределение давления по нему и благоприятно сказалось на величине сопротивления. Наличие ограничений типа равенства на толщину в *Задачах 4.1 и 4.2* объясняет разные результаты при решении одинаковых по постановке задач при разных начальных контурах. Для профиля *NACA 64₂-215* это ограничение выполнено изначально. Толщина исходного симметричного профиля превышает заданную. Решение оптимизационной задачи сводится к минимизации составного функционала, включающего целевой и штрафной функционалы. Структура штрафного функционала такова, что он монотонно возрастает при нарушении ограничений. Поэтому траектория спуска при минимизации составного функционала зависит от начальной точки. Из-за невыпуклости составного функционала это приводит к разным локальным экстремумам. Постановки *Задач 4.5 и 4.6* (в том числе и по выполнению ограничения по максимальной относительной толщине) совпадают, но решения получены тоже различные. Это объясняется тем обстоятельством, что ограничение типа равенства на подъемную силу нарушается при вариациях параметров, определяющих геометрию контура, и предопределяет малую деформацию начального профиля, которые в этих задачах разные. При обтекании на больших углах атаки положительной характеристикой модифицированных профилей является неумение коэффициента подъемной силы при безотрывном обтекании по сравнению с исходными профилями, о чем свидетельствуют расчетные зависимости $c_y(\alpha)$. Профили, выбранные в качестве исходных, и результаты их оптимизации подтверждают возможность улучшения, как классических профилей, так и профилей перспективных летательных аппаратов.

В пятой главе решены: задача многоточечной оптимизации крылового профиля обладающего минимальным средневзвешенным профильным сопротивлением для нескольких фиксированных режимов обтекания и удовлетворяющего заданным условиям на подъемную силу (§1); задача многоточечного проектирования крылового профиля, удовлетворяющего одновременно заданным условиям на коэффициенты подъемной силы и сопротивления в крейсерских условиях и максимальный коэффициент подъемной силы (§2).

Многоточечная оптимизация – направление в аэродинамическом проектировании новое и активно развивающееся. Под этим термином принято пони-

мать задание ограничений аэродинамического характера для нескольких режимов обтекания, например, ограничений на подъемную силу на крейсерском и взлетном режиме полета, ограничение на сопротивление в диапазоне углов атаки и т. д. Она позволяет получать решения, гарантирующие требуемое поведение характеристик профиля в диапазоне режимов обтекания. На рис. 12 приведено решение задачи оптимизации профиля с фиксированной максимальной относительной толщиной и коэффициентом подъемной силы равным $c_y = 0,7$ для угла атаки $\alpha^1 = 2,6^0$ для функционала следующего вида

$$\Phi(\bar{p}, \bar{g}) = w_0 \cdot c_x^0 + w_1 \cdot c_x^1 + w_2 \cdot c_x^2$$

где c_x^i – коэффициенты сопротивления на углах атаки

$$\alpha^0 = 1,6^0, \quad \alpha^1 = 2,6^0, \quad \alpha^2 = 3,6^0$$

Таблица 4.

№	c_y	c_x $Re = 6 \cdot 10^{+6}$	c_m	K_a $Re = 6 \cdot 10^{+6}$	$d_{C_{max}}$	f
1	$0,705 \cdot 10^{-0}$	$0,754 \cdot 10^{-2}$	$-0,136 \cdot 10^{-1}$	$0,935 \cdot 10^{+2}$	16,8 %	$0,187 \cdot 10^{+1}$
2	$0,697 \cdot 10^{-0}$	$0,718 \cdot 10^{-2}$	$-0,109 \cdot 10^{-1}$	$0,970 \cdot 10^{+2}$	16,8 %	$0,154 \cdot 10^{+1}$

Интегральные аэродинамические и геометрические характеристики задач одноточечной и многоточечной оптимизации даны соответственно в первой и второй строках таблицы 4. (Задача одноточечной оптимизации при фиксированном $c_y = 0,7$ была решена в третьей главе и полученный оптимальный угол атаки получился равным $\alpha = 2,6^0$.) Обращает на себя внимание следующий результат. Аэродинамическое качество при этом угле атаки у профиля, полученного в результате многоточечной оптимизации, выше, чем у профиля, являющегося решением задачи на максимум K_a при том же значении $c_y^1 = 0,7$ в третьей главе. Улучшение характеристик профиля в окрестности $c_y^1 = 0,7$ подтверждает и сравнительное поведение поляр. Это объясняется влиянием минимизации сопротивления для трех углов атаки, указанных в постановке задачи, на характер распределения давления, приведшее к менее градиентному его поведению на верхнем и нижнем контуре профиля.

В §2 приведен пример решения задачи проектирования профиля типа “летающее крыло” Среди перспективных летательных аппаратов немаловажное место занимают аппараты типа “летающее крыло” с использованием толстых профилей (до 30%). По условиям функционирования таких аппаратов используемые профили должны обладать высокими значениями коэффициента подъемной силы как на крейсерском режиме полета, так и максимально возможного при безотрывном обтекании. Поэтому, были сформулированы следующие основные ограничения:

аэрогазодинамические:

$$1. M_{\infty} = 0,3 \quad 2. M_C \leq 1, \quad 3. f(s) \geq -3, \quad 4. Re = 1 \cdot 10^6,$$

геометрические:

$$1. 0 \leq d_{Cmin}, \quad 2. d_{max} = 0,25 \quad 3. 10^0 \leq \beta \leq 20^0, \text{ где } \beta - \text{угол задней}$$

кромки профиля, и дополнительные:

угол атаки в крейсерском режиме полета

$$\alpha = 0^0,$$

максимальный коэффициент подъемной силы

$$c_{y,max} \geq 1,2,$$

коэффициент сопротивления в крейсерских условиях

$$c_x \leq 0,01,$$

коэффициент подъемной силы в крейсерских условиях

$$c_y = 0,8.$$

На рис.13 показан полученный профиль и распределение коэффициента давления при нулевом угле атаки. Его интегральные аэродинамические и геометрические характеристики представлены в таблице 5.

Таблица 5

№	c_y	c_x	c_m	K_a	S_C	d_{Cmax}
1	$0,795 \cdot 10^{-0}$	$1,061 \cdot 10^{-2}$	$-0,217 \cdot 10^{-0}$	$0,749 \cdot 10^{-2}$	$0,116 \cdot 10^{-0}$	25,0 %

Все расчетные значения лежат в диапазоне, соответствующем заданной при расчетах точности выполнения ограничений.

В заключении формулируются основные результаты диссертационной работы:

1. Разработан алгоритм численного решения краевых задач обтекания крыловых профилей дозвуковым потоком газа на основе метода граничных элементов для нелинейного интегрального уравнения на адаптивных сетках, эффективность которого позволяет решать задачи прямой оптимизации.

2. На основе сформулированных вариационных принципов разработаны способы построения декартовых адаптивных сеток, а также способ построения криволинейных геометрически адаптивных сеток на основе параметрических полиномов.

3. Создан новый метод представления свободных границ для задач аэродинамического проектирования на основе параметрических полиномов фиксированной степени и первого порядка гладкости и сформулирован способ выбора узлов сопряжения для интервалов интерполяции, при котором отсутствуют осцилляции.

4. Создан новый метод представления свободных границ для задач аэродинамического проектирования на основе локальных полиномов Эрмита произвольной степени и бесконечного порядка гладкости (LL -аппроксимация), для которого доказаны теоремы об отсутствии точек перегиба у предложенной аппроксимации на интервалах интерполяции, определяемых только исходным разбиением и степенью полинома, о монотонности данной аппроксимации, о предельных свойствах аппроксимации.

5. На основе этих методик создан для персонального компьютера пакет прикладных программ проектирования оптимальных двумерных конфигураций, удовлетворяющих заданным аэродинамическим и геометрическим ограничениям.

6. Сформулированы математическая постановка задачи оптимизации и стратегия вычисления целевого функционала и путем решения прямой задачи оптимизации, сведенной к задаче нелинейного программирования при произвольных начальных условиях впервые получены конфигурации дозвуковых профилей, удовлетворяющих заданным аэродинамическим и геометрическим ограничениям.

7. Для заданного режима обтекания получены профили, обладающие максимальным аэродинамическим качеством при фиксированных либо максимальной относительной толщине, либо относительной площади профиля.

8. Установлено, что профили, полученные максимизацией аэродинамического качества, обладают в диапазоне углов атаки, содержащем оптимальный угол, лучшими аэродинамическими характеристиками, чем профили, оптимизированные при фиксированной подъемной силе, соответствующей этому диапазону

9. Проведены модификации ряда экспериментальных профилей и получены конфигурации, обладающие меньшим сопротивлением для заданного режима обтекания и подъемной силы.

10. Для заданного режима дозвукового обтекания решена задача многоточечной оптимизации крылового профиля и получен результат, свидетельствующий о преимуществе такого подхода с точки зрения всего комплекса профильных характеристик.

11. Решена задача многоточечного проектирования крылового профиля типа “летающее крыло”, удовлетворяющего заданным условиям на коэффициенты подъемной силы и сопротивления на крейсерском режиме полета и на максимальный коэффициент подъемной силы.

В приложении на рисунках, представляющих собой копии с экрана монитора, приводятся примеры различных этапов работы исследователя с пакетом программ оптимизации крылового профиля в процессе решения задачи.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Яненко Н.Н. Применение численной оптимизации в методе наименьших квадратов // Численные методы механики сплошной среды. – Новосибирск, 1982. – Т.13. – №5. – С. 85 – 91.
2. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Яненко Н.Н. Применение проекционного метода для построения контура тела минимального сопротивления // Известия АН СССР Механика жидкости и газа. – 1985. – №2. – С. 108 – 113.
3. Аульченко С.М. Объединение проекционного метода и численной оптимизации для решения вариационных задач аэродинамики // Проблемы оптимизации в машиностроении: Тезисы докл. Второй Всесоюз. школы молодых ученых и специалистов. – Харьков. – 1986. – С. 12
4. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Самарин В.Г. Применение оптимизационно-проекционного метода для построения плоских симметричных тел при заданных геометрических ограничениях с максимальным критическим числом Маха // IV Всесоюзная школа по методам аэрофизических исследований: Тезисы докл. – Новосибирск. – 1986. – С. 8.
5. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф. Оптимизационно – проекционный метод в вариационных задачах аэродинамики // Современные проблемы физики и ее приложений: Тезисы докл. Всесоюз. конференции. – М., 1987 – С. 40.

6. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Самарин В.Г. Проектирование симметричных профилей с максимальным критическим числом Маха потока при заданных ограничениях // Прикладные вопросы аэродинамики летательных аппаратов: Сб. научн. тр. – Киев: Наук. Думка, 1987 – С. 51–56.
7. Аульченко С.М. Метод оптимизации профилей в дозвуковом потоке идеального газа. – Новосибирск, 1987 – 45 с. – (Препринт / ИТПМ СО АН СССР; № 30–87).
8. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Самарин В.Г. Проектирование симметричных профилей с максимальным критическим числом Маха потока при заданных ограничениях // Ученые записки ЦАГИ. – 1988. – Т. XIX. – № 2. – С. 19–28.
9. Аульченко С.М. Оптимизация профилей в дозвуковом потоке идеального газа // Моделирование в механике. – Новосибирск, 1988. – Т.2(19). – № 6. – С. 16 – 21.
10. Аульченко С.М. Результаты численного проектирования оптимальных аэродинамических конфигураций. Сравнение с точными решениями // V Всесоюзная школа по методам аэрофизических исследований: Сборник докл. – Новосибирск: Изд. Ин-та теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1990. – С. 3–8.
11. Аульченко С.М. Метод оптимизации двумерных конфигураций в дозвуковом потоке идеального газа // Математическое моделирование: Тезисы докладов Первой Всесоюз. школы-конференции. – Куйбышев, 1990. – С. 20.
12. Аульченко С.М. Вариационный метод построения дозвуковых крыловых профилей // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1992. – Т. 33. – № 4. – С. 90–93.
13. Аульченко С.М. Вариационный метод расчета квазиизэнтропических двумерных течений идеального газа // Численные методы механики сплошной среды: Тезисы докл. V Всероссийской школы. – Абрау-Дюрсо, 1992.
14. Аульченко С.М. Применение метода граничных элементов для расчета скоростного дозвукового профиля // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1993. – Т.34. – № 5. – С. 94–97
15. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф. Построение плоских кривых с помощью параметрических полиномов четвертого порядка // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1995. – Т.35. – № 7 – С. 1139–1142.
16. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф. Применение метода граничных элементов и параметрических полиномов в задачах оптимизации крыловых профилей // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1997 – Т.38. – № 2. – С. 73–79.

17. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф. Построение крыловых профилей в дозвуковом потоке газа методами численной оптимизации // *Механика жидкости и газа*. – 1997 – № 2. – С. 174–182.
18. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В. Метод численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием интерполяционных полиномов Эрмита // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. – 1998. – Т.38. – №11. С. 1666 – 1670
19. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В. Построение кривых с помощью параметрических полиномов // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. – 1998. – Т.38. – №12. – С. 1967 – 1972.
20. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В. Методы проектирования и оптимизации крыловых профилей в дозвуковом потоке // *Теплофизика и аэромеханика*. – 1999. – Т.6. – №4. – С. 429 – 444.
21. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В. Построение поверхностей с помощью параметрических полиномов // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. – 2000. – Т.40. – №3. – С. 356 – 364.
22. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В. Построение кривых и поверхностей с помощью параметрических полиномов // *Автометрия*. – 2000. – №4. – С. 60 – 76.
23. Аульченко С.М. Многоточечная оптимизация крыловых профилей в дозвуковом потоке // *Краевые задачи и математическое моделирование: Сборник трудов межотраслевой научной конференции*. – Новокузнецк: Изд. НФИ КемГУ, 2000. – С. 9–13.
24. Aulchenko S.M., Latypov A.F., Nikulichev Yu.V Variational method for designing two-dimensional optimal aerodynamic configurations // *International Conference Free-Boundary Problems in Continuum Mechanics: Abstracts*. – Novosibirsk, 1991. – P 12.
25. Aulchenko S.M., Latypov A.F Numerical method for designing two-dimensional optimal aerodynamic configurations // *International Conference on the Method of Aerophysical Research: Proc. Part 1*. – Novosibirsk, 1994. – P 24–27
26. Aulchenko S.M., Latypov A.F., Nikulichev Yu.V Program package for subsonic aircraft design // *International Conference on the Method of Aerophysical Research: Proc. Part 1*. – Novosibirsk, 1994. – P 27–32.
27. Aul'chenko S.M., Latypov A.F., Nikulichev Yu.V For designing transonic aerfoils with given properties // *International Conference on the Methods of Aerophysical Research: Proc. Part I*. – Novosibirsk, 1996. – P 5–10.

28. Aulchenko S.M., Latypov A.F., Nikulichev Yu.V The study of scheme viscosity effect on the stream structure in the particle-in-cell method by the example of the perfect gas flow around a cylinder in a plane channel // International Conference on the Methods of Aerophysical Research: Proc. Part I. – Novosibirsk, 1998. – P 5– 10.
29. Aulchenko S.M., Latypov A.F., Nikulichev Yu.V The study of influence of airfoils contour approximation on its rating characteristics // International Conference on the Methods of Aerophysical Research: Proc. Part I. – Novosibirsk, 2000. P 22–26.



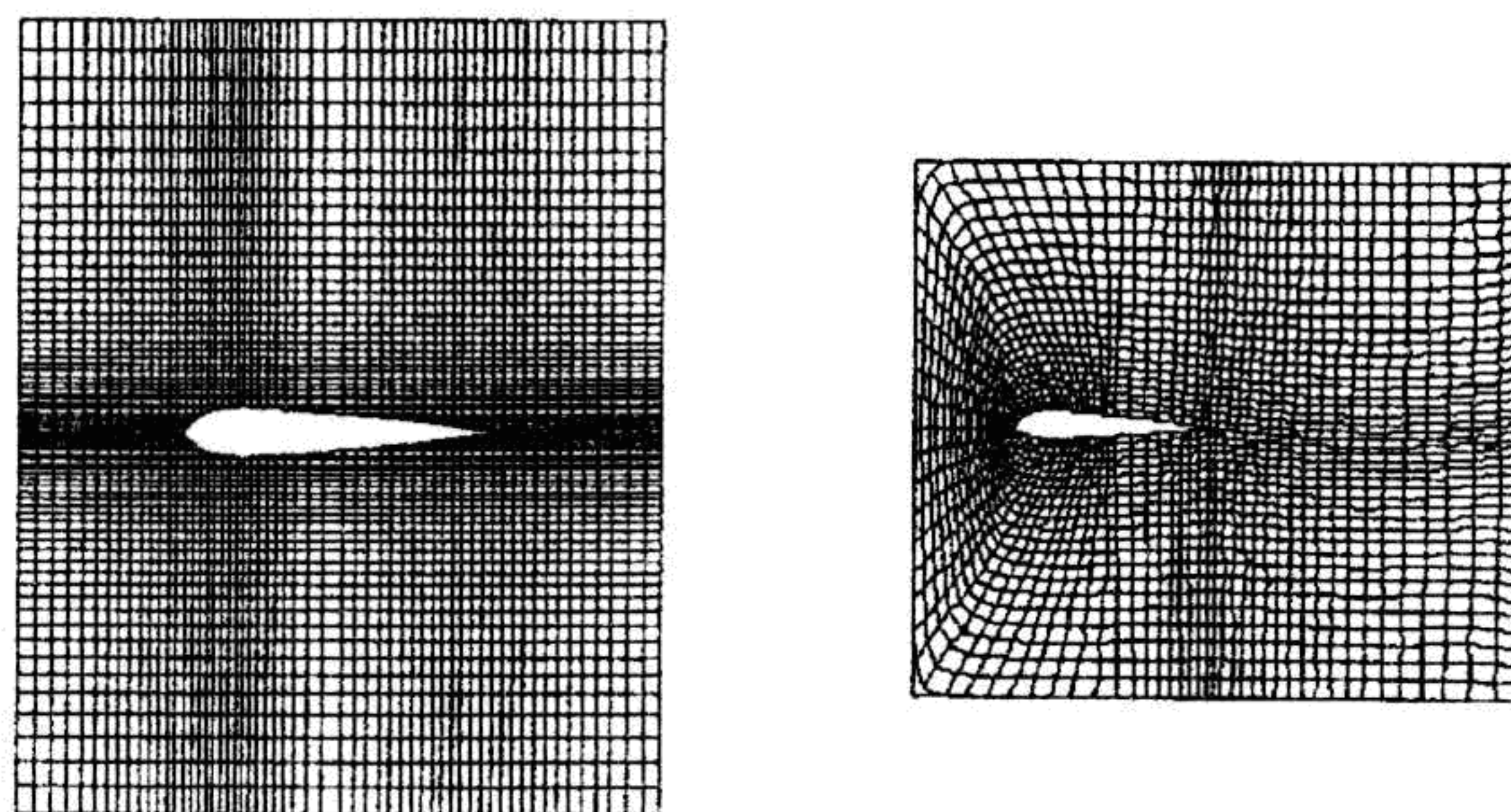


Рис. 1

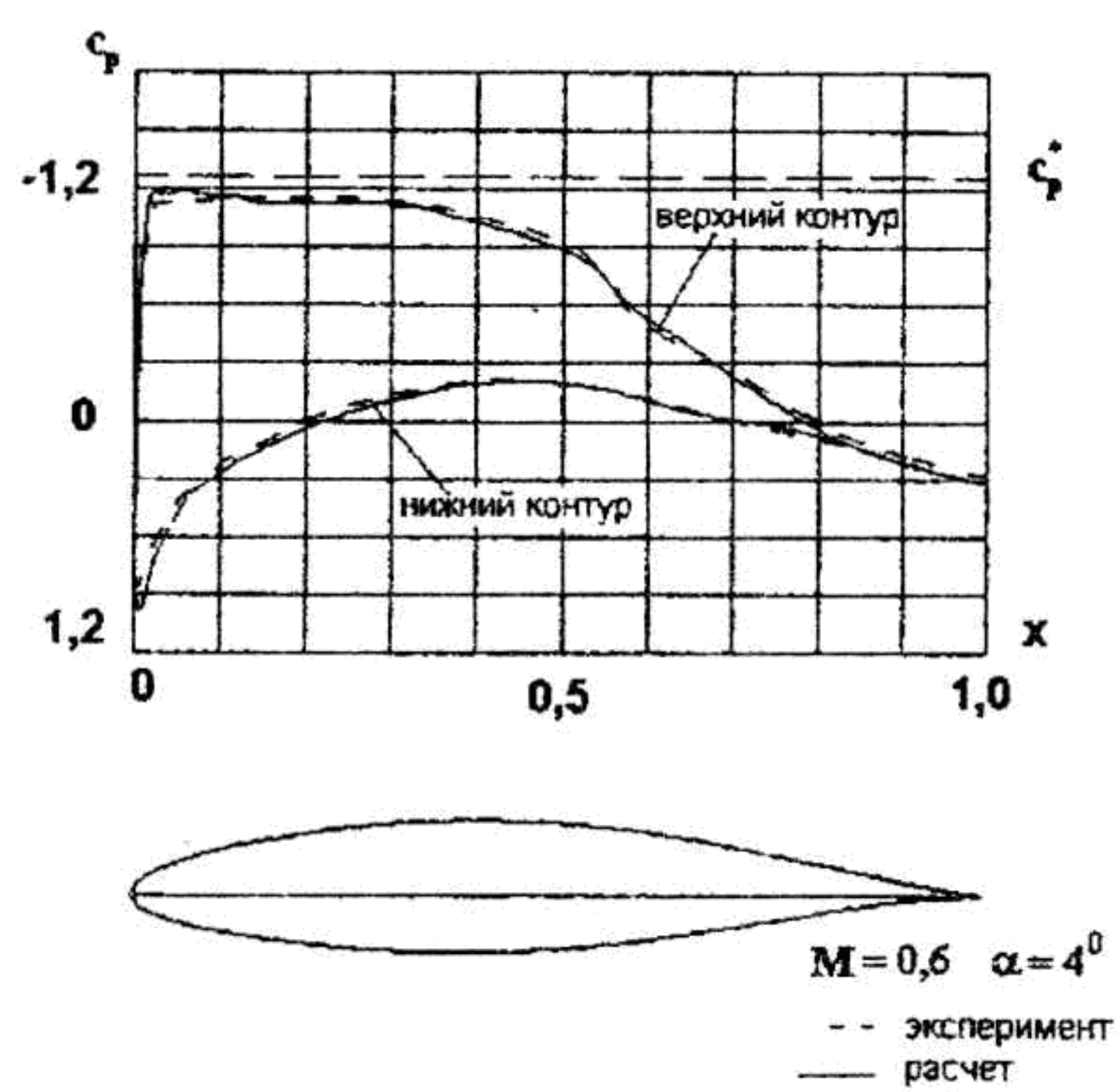


Рис. 2

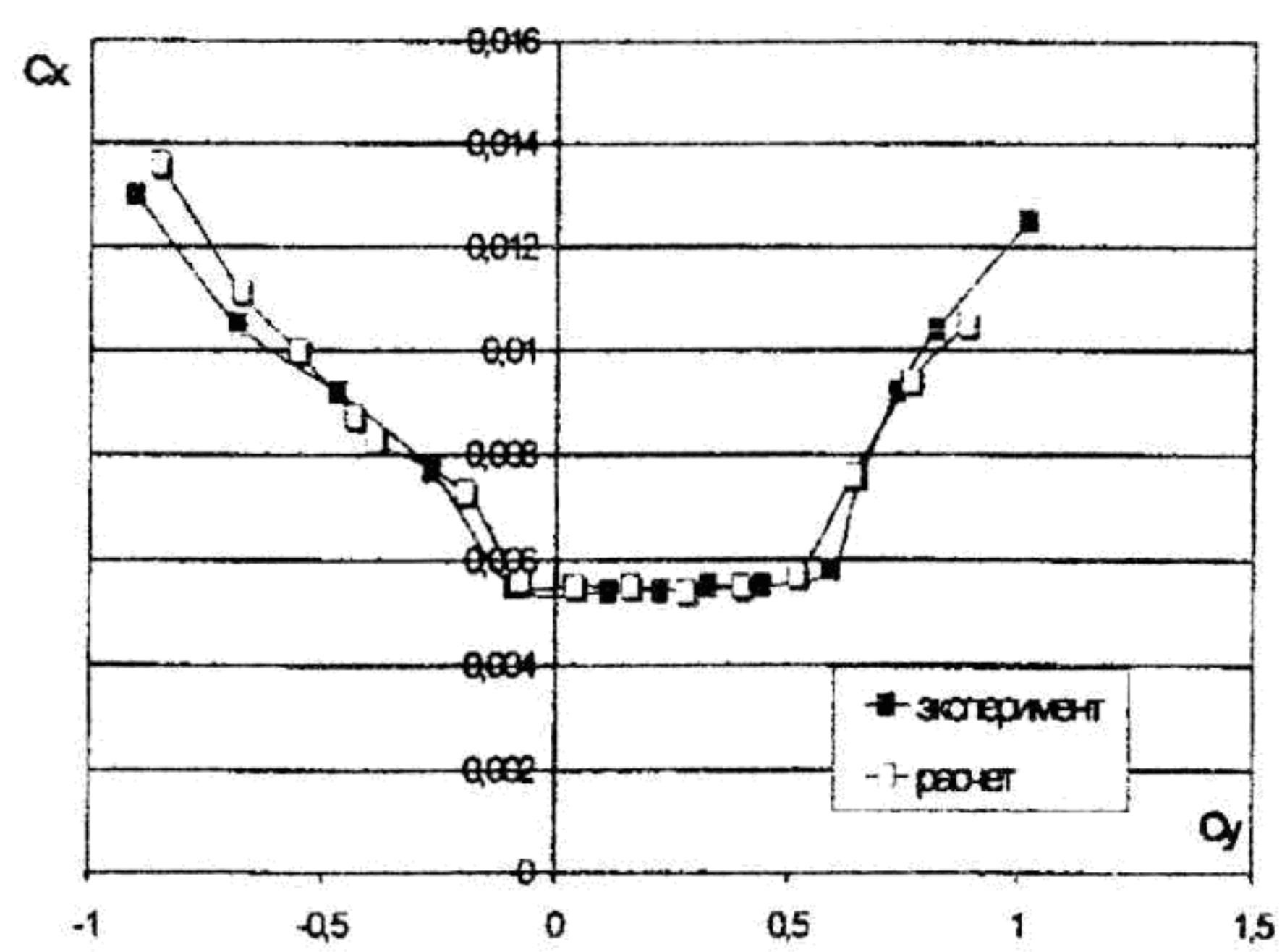


Рис. 3

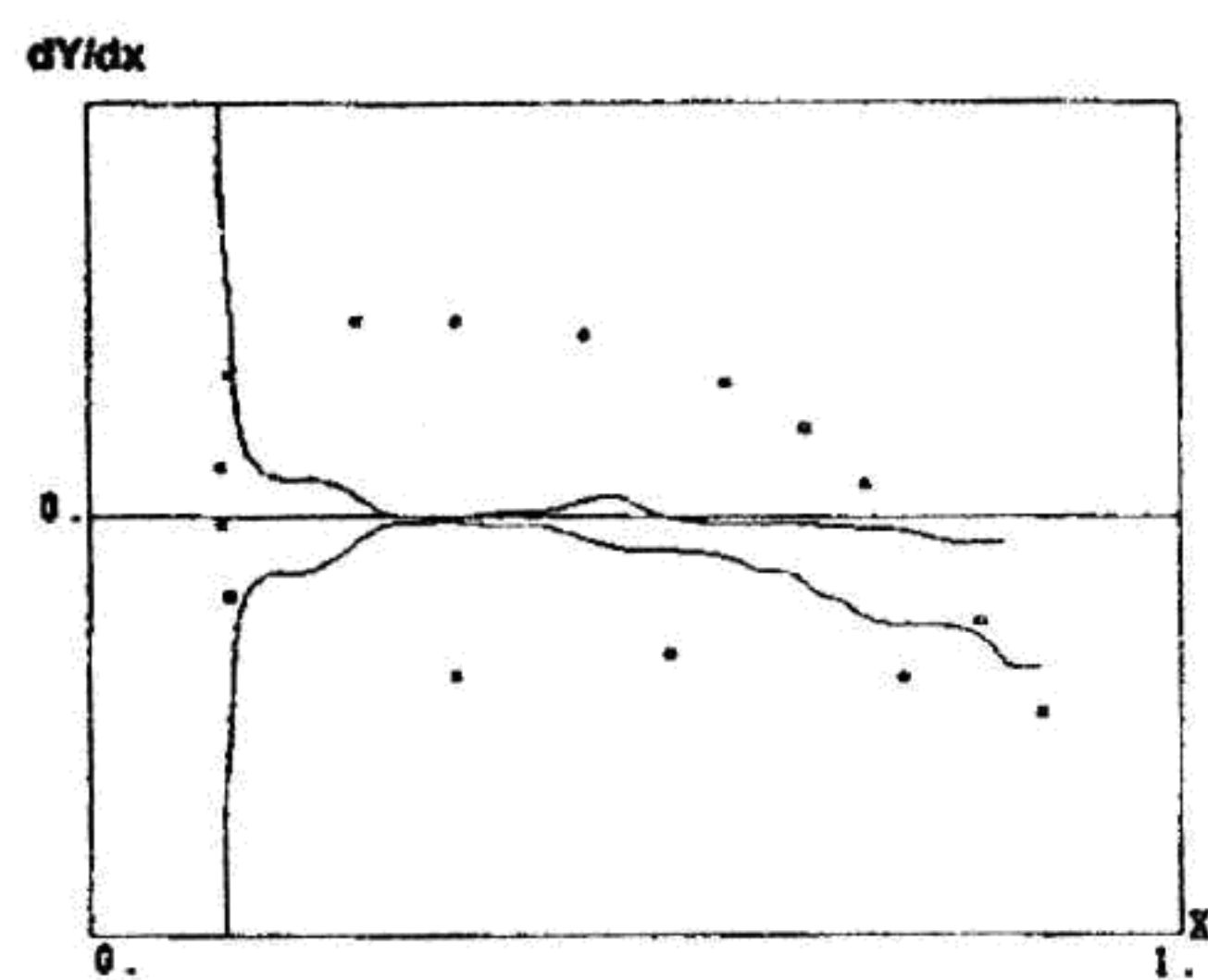
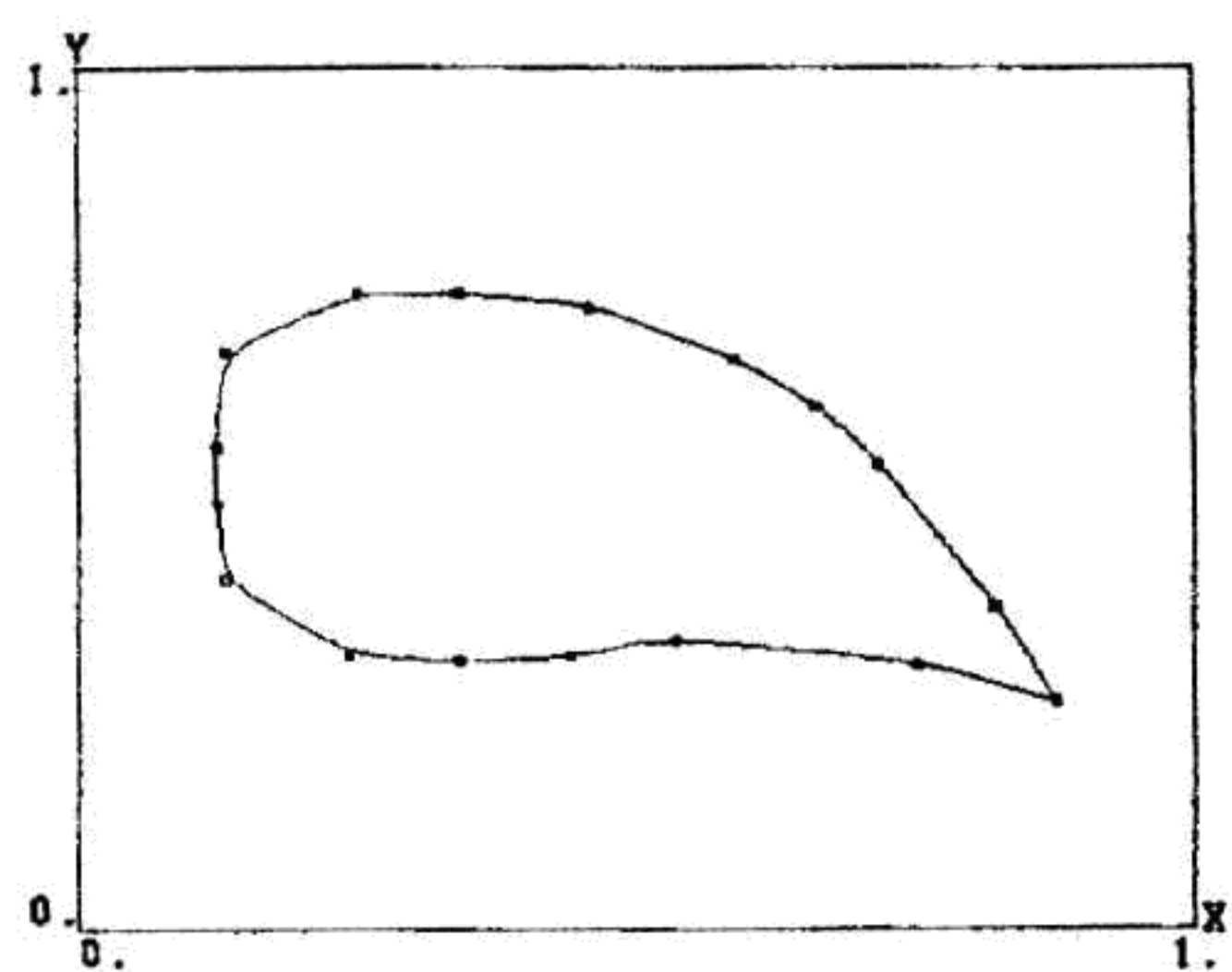


Рис. 4

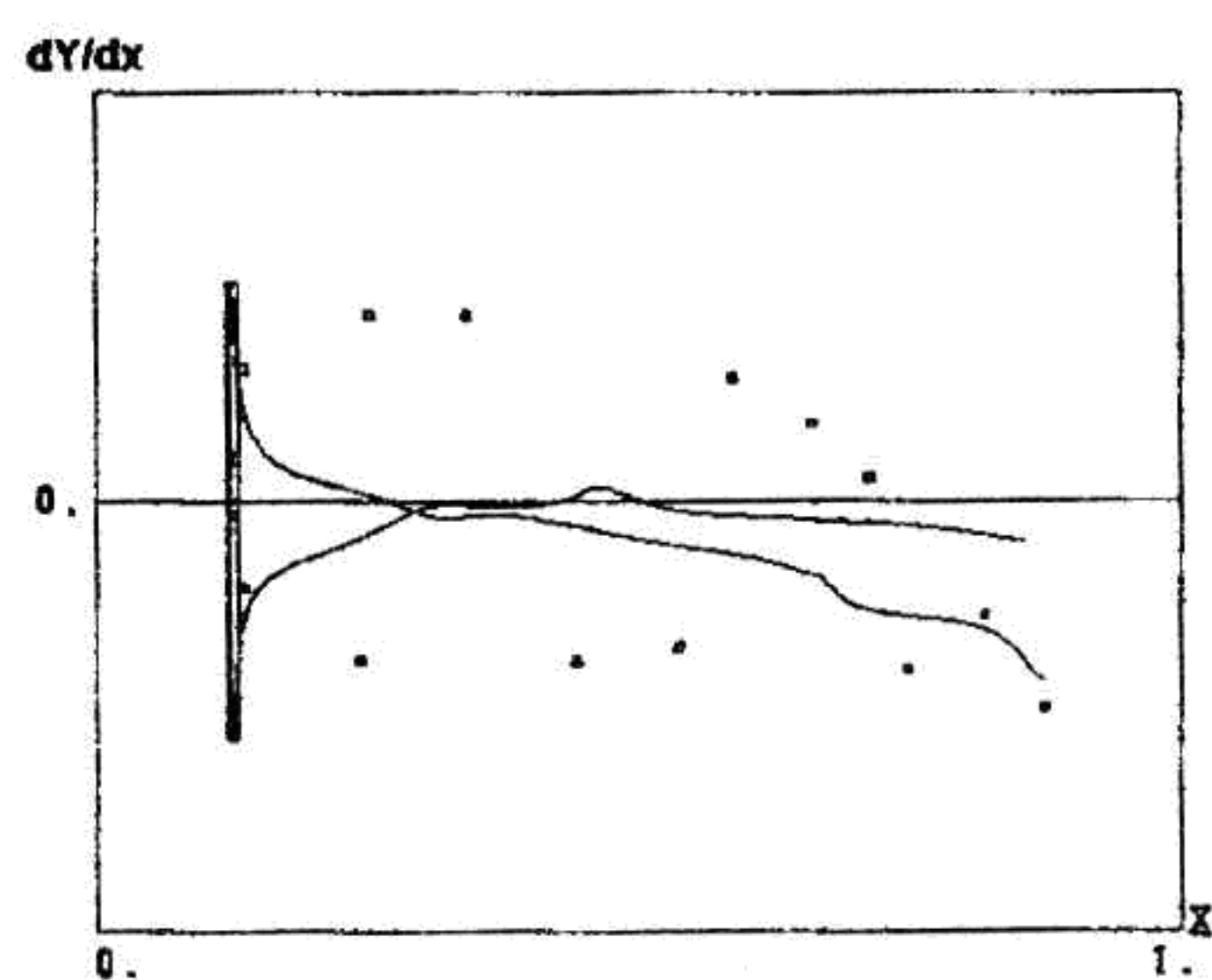
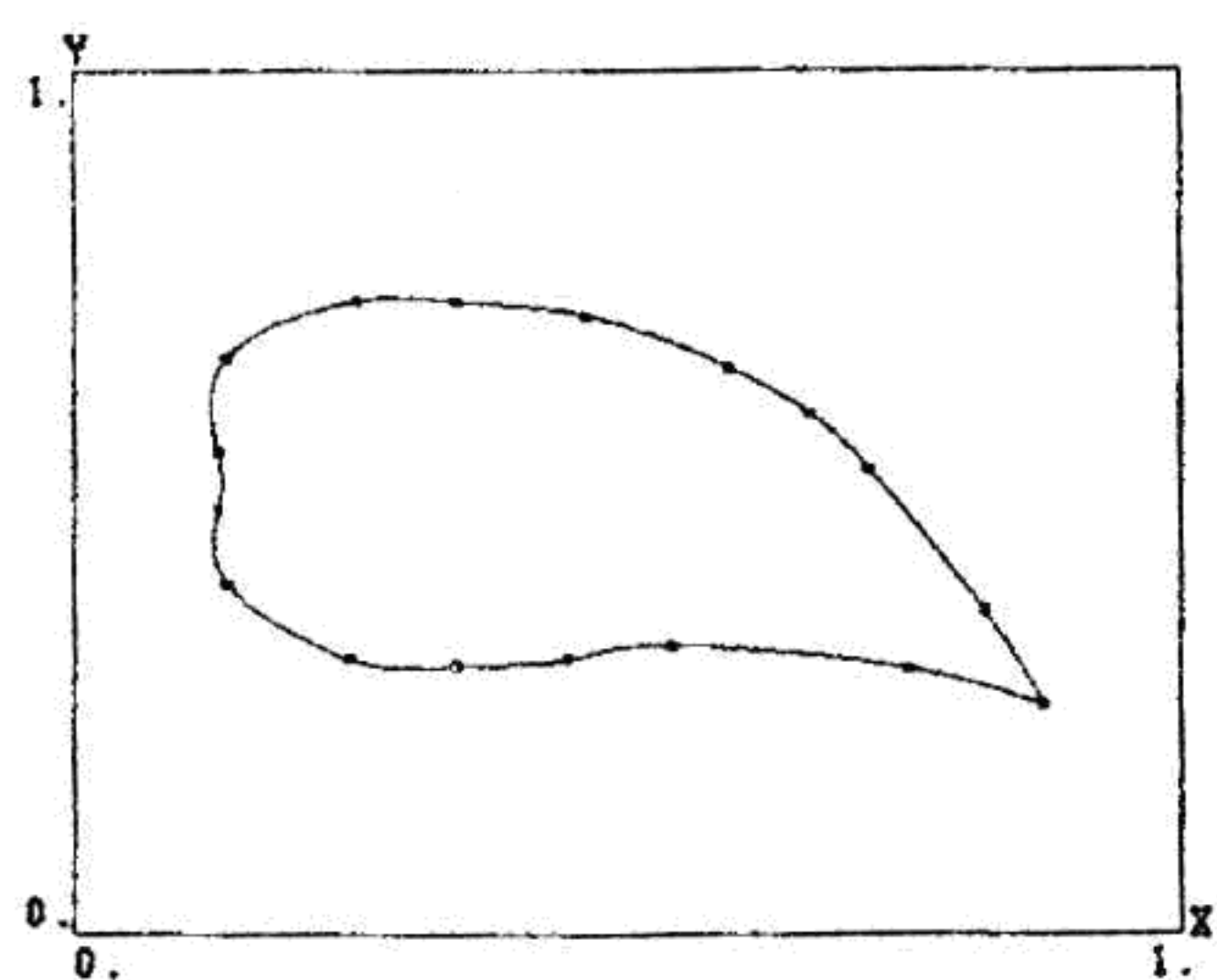


Рис. 5

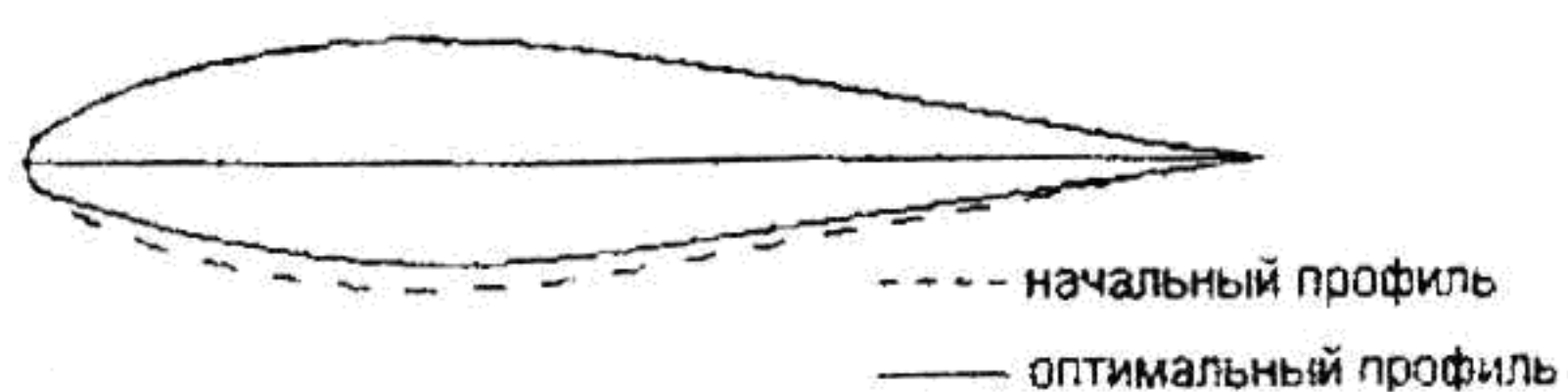
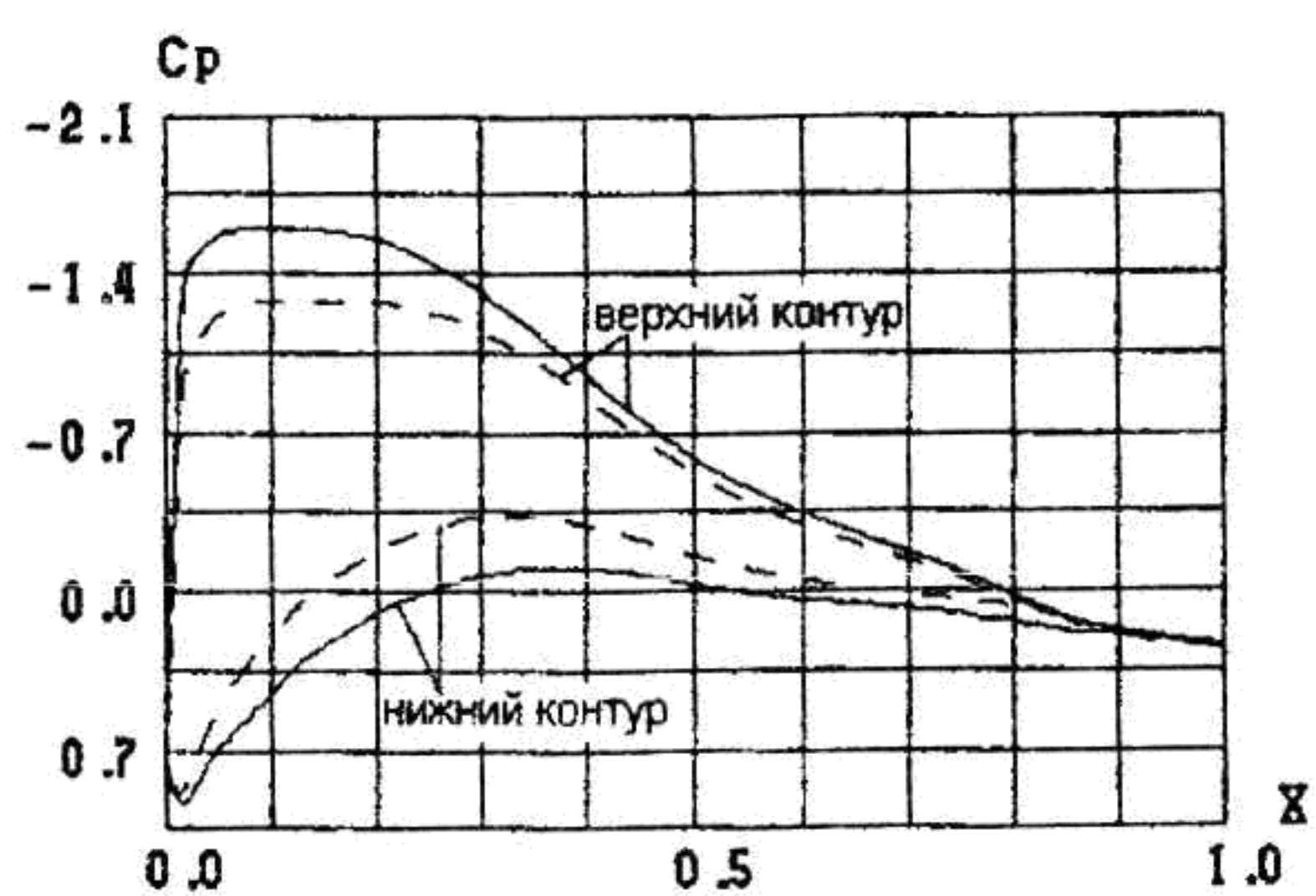


Рис. 6

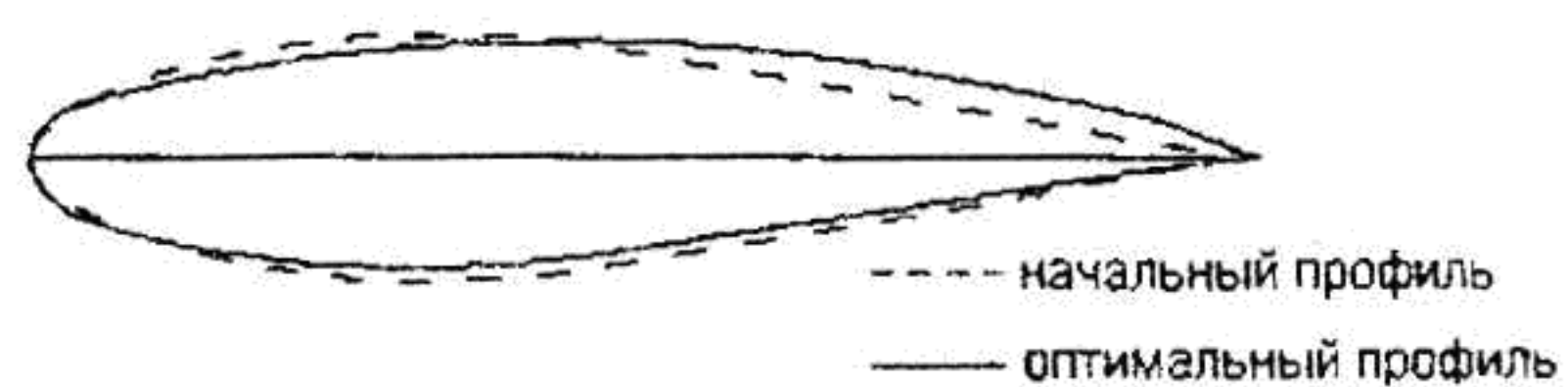
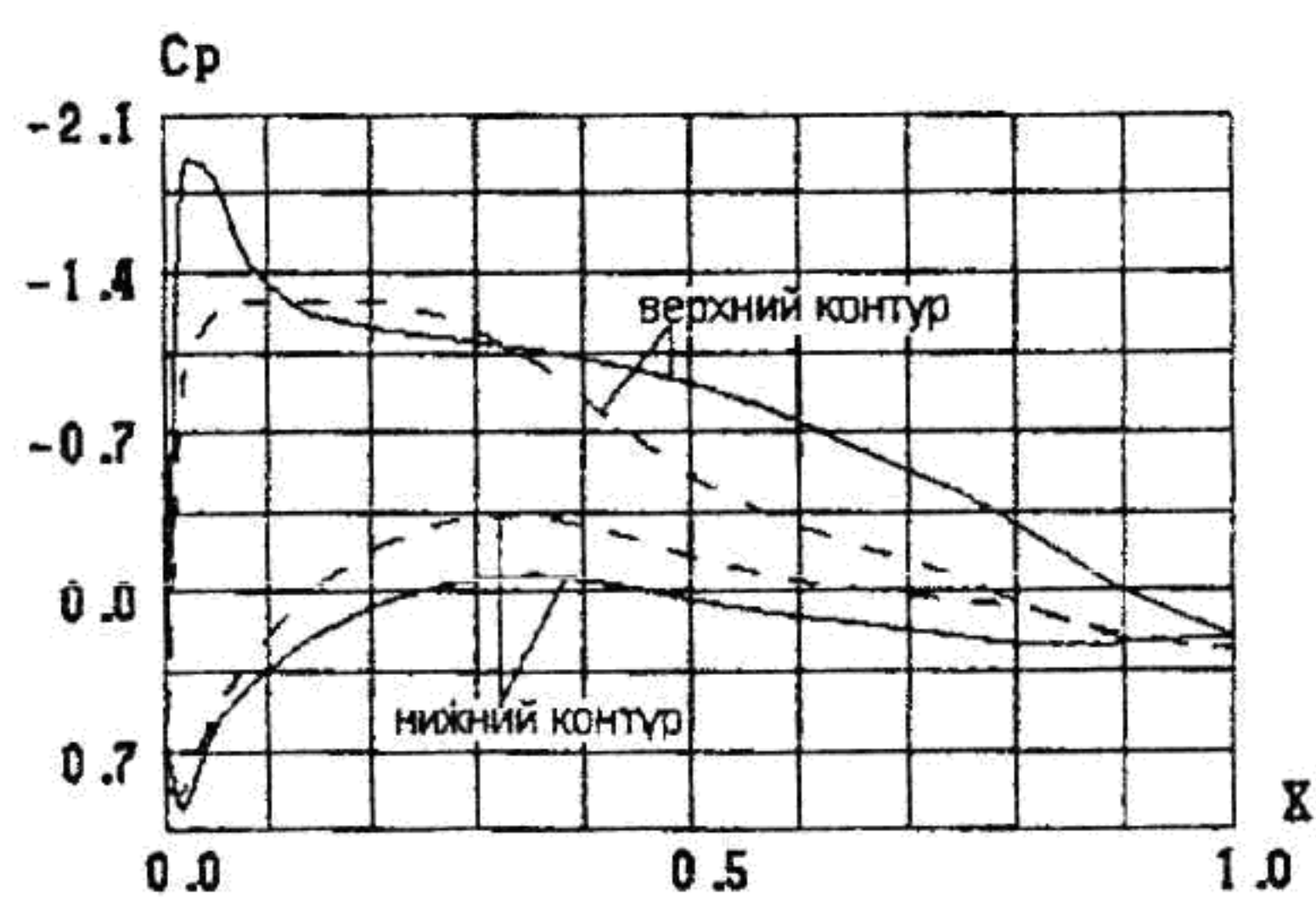
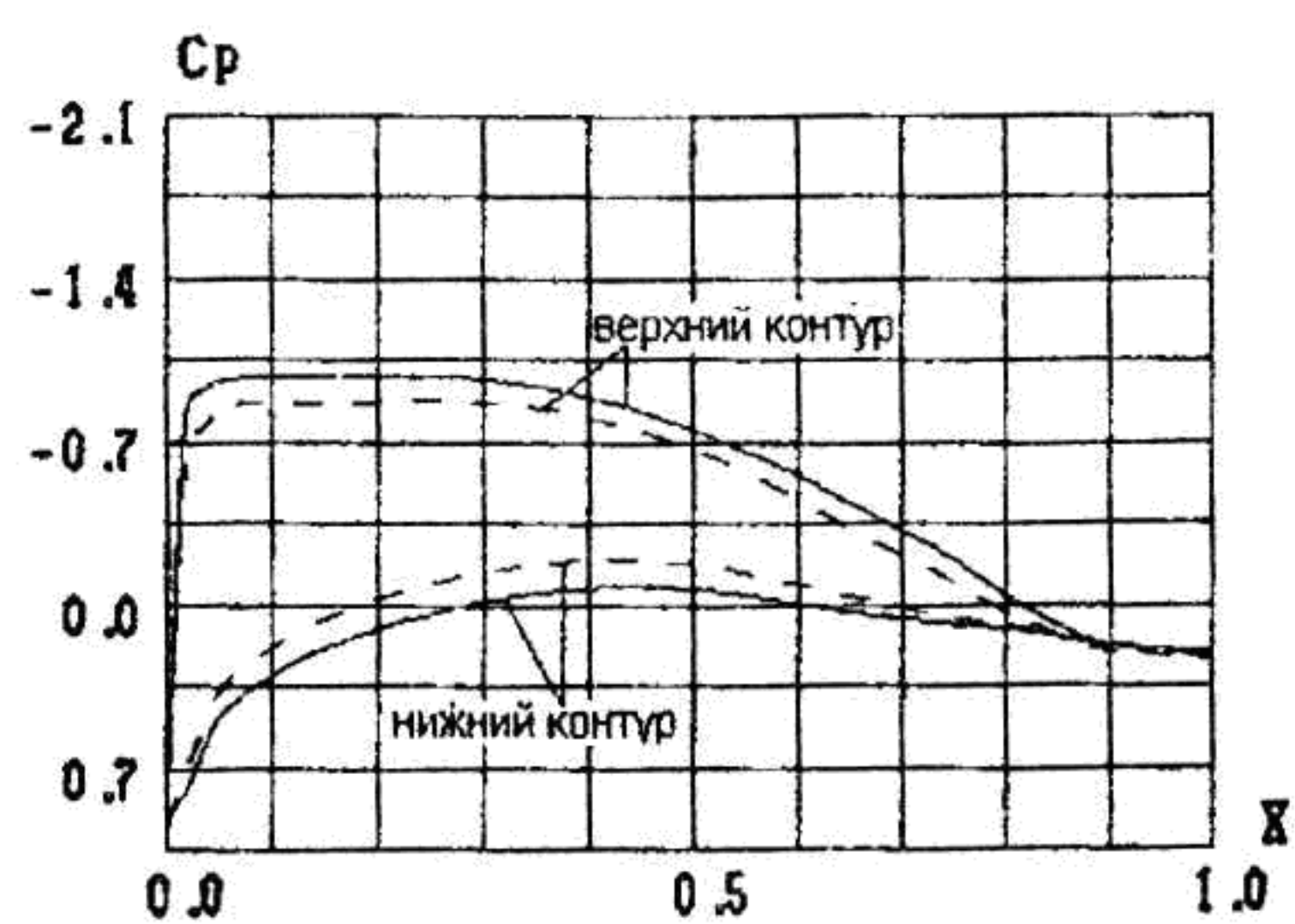
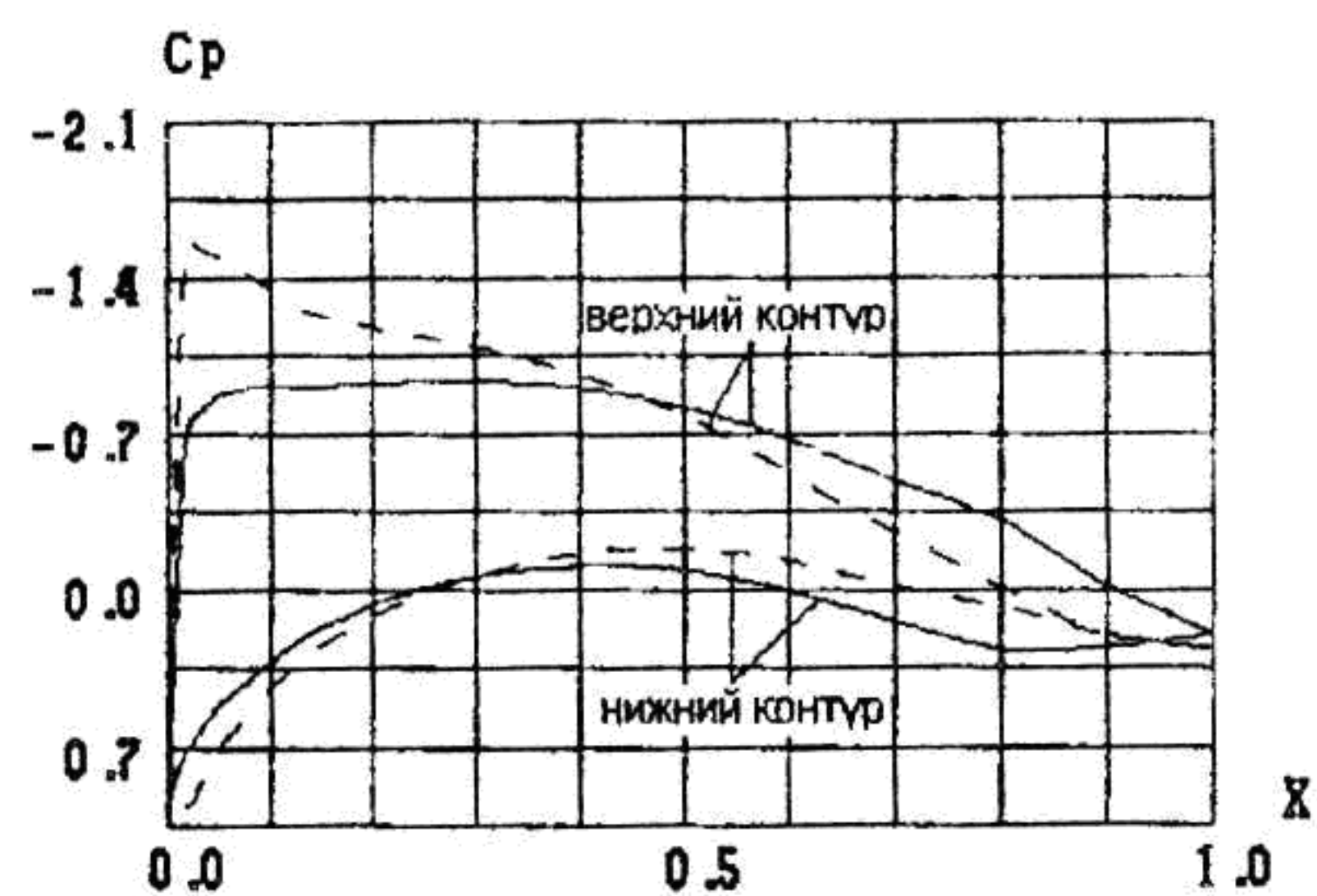


Рис. 7



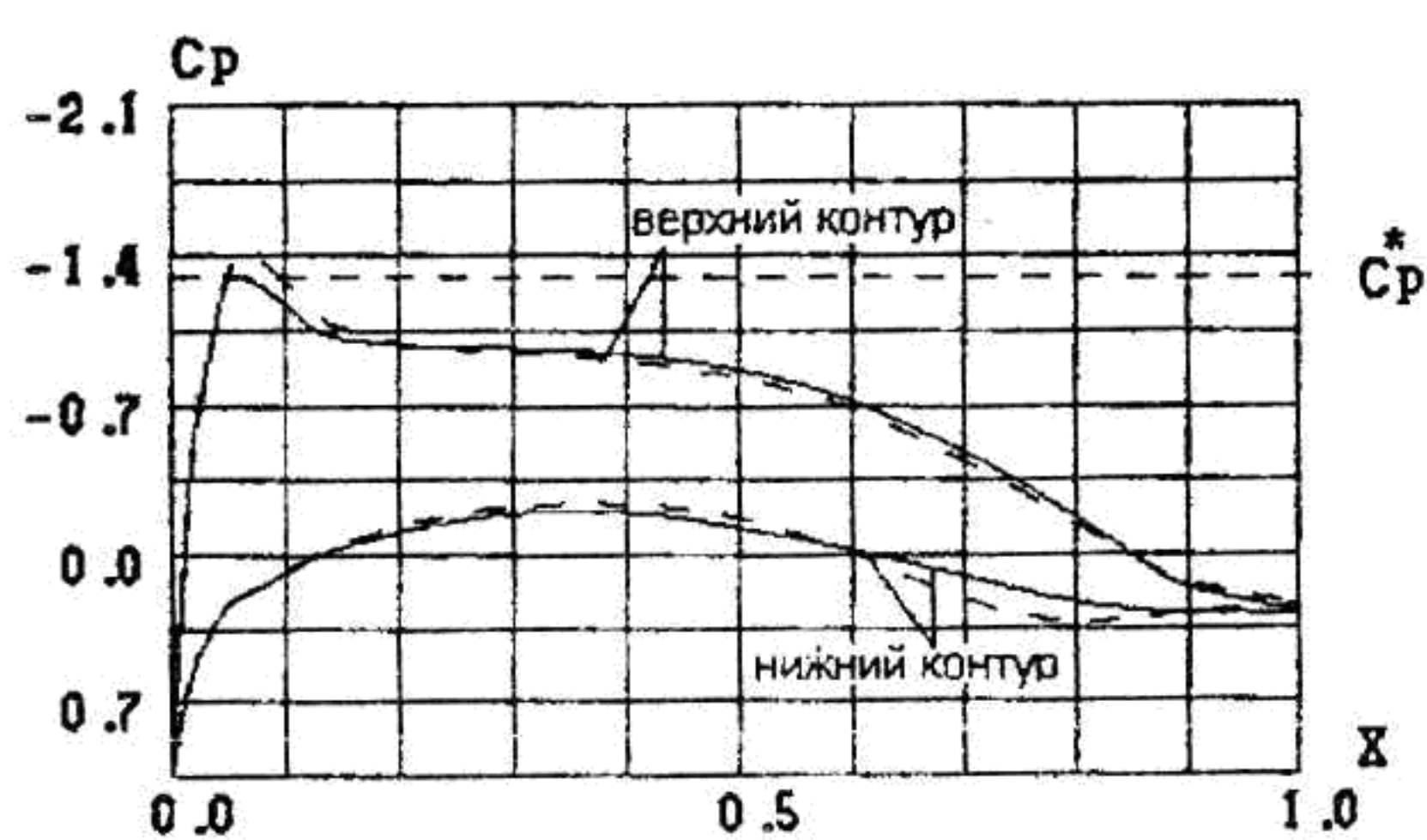
---- начальный профиль
— оптимальный профиль

Рис. 8



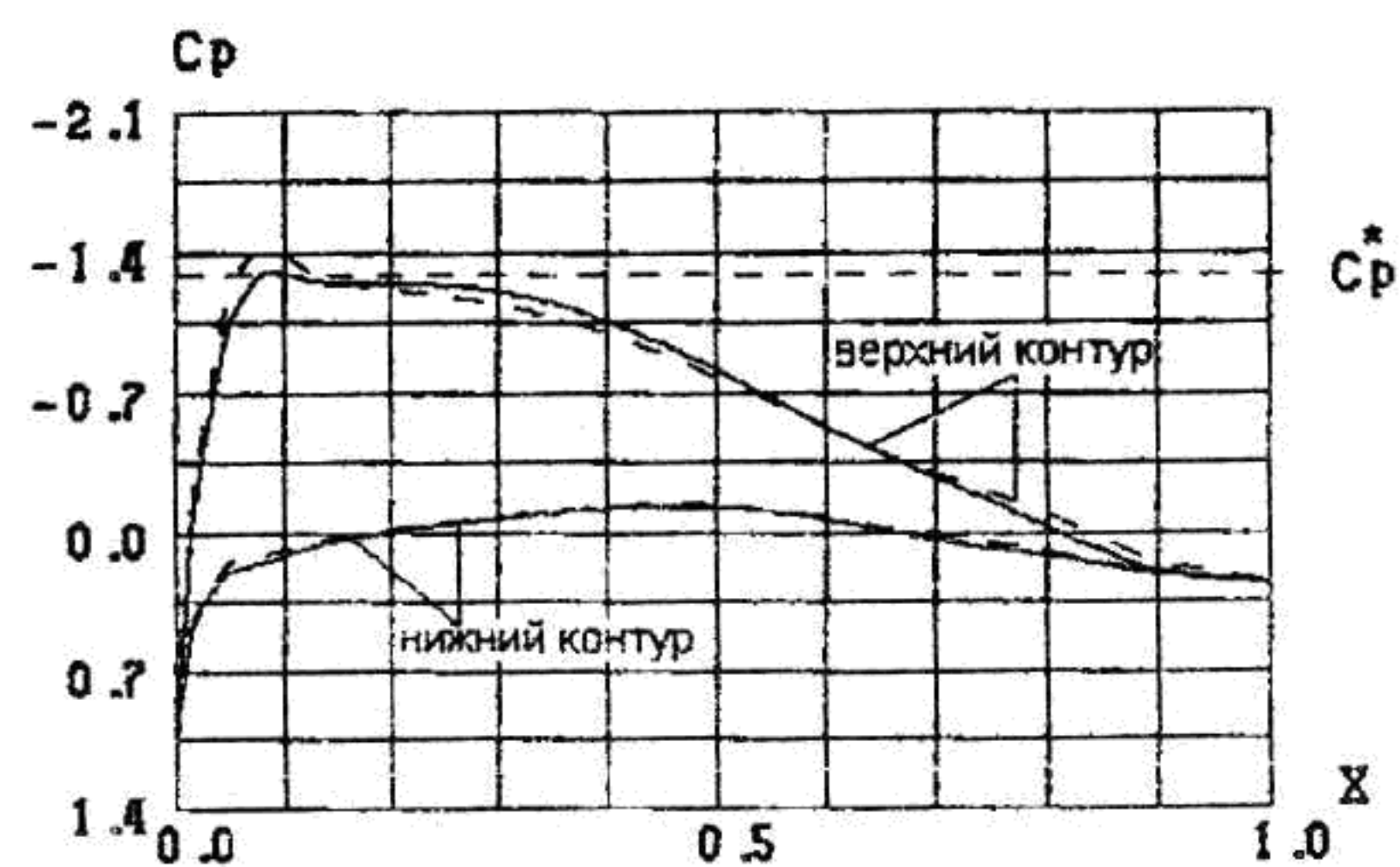
---- начальный профиль
— оптимальный профиль

Рис. 9



---- начальный профиль
— оптимальный профиль

Рис. 10



---- начальный профиль
— оптимальный профиль

Рис. 11

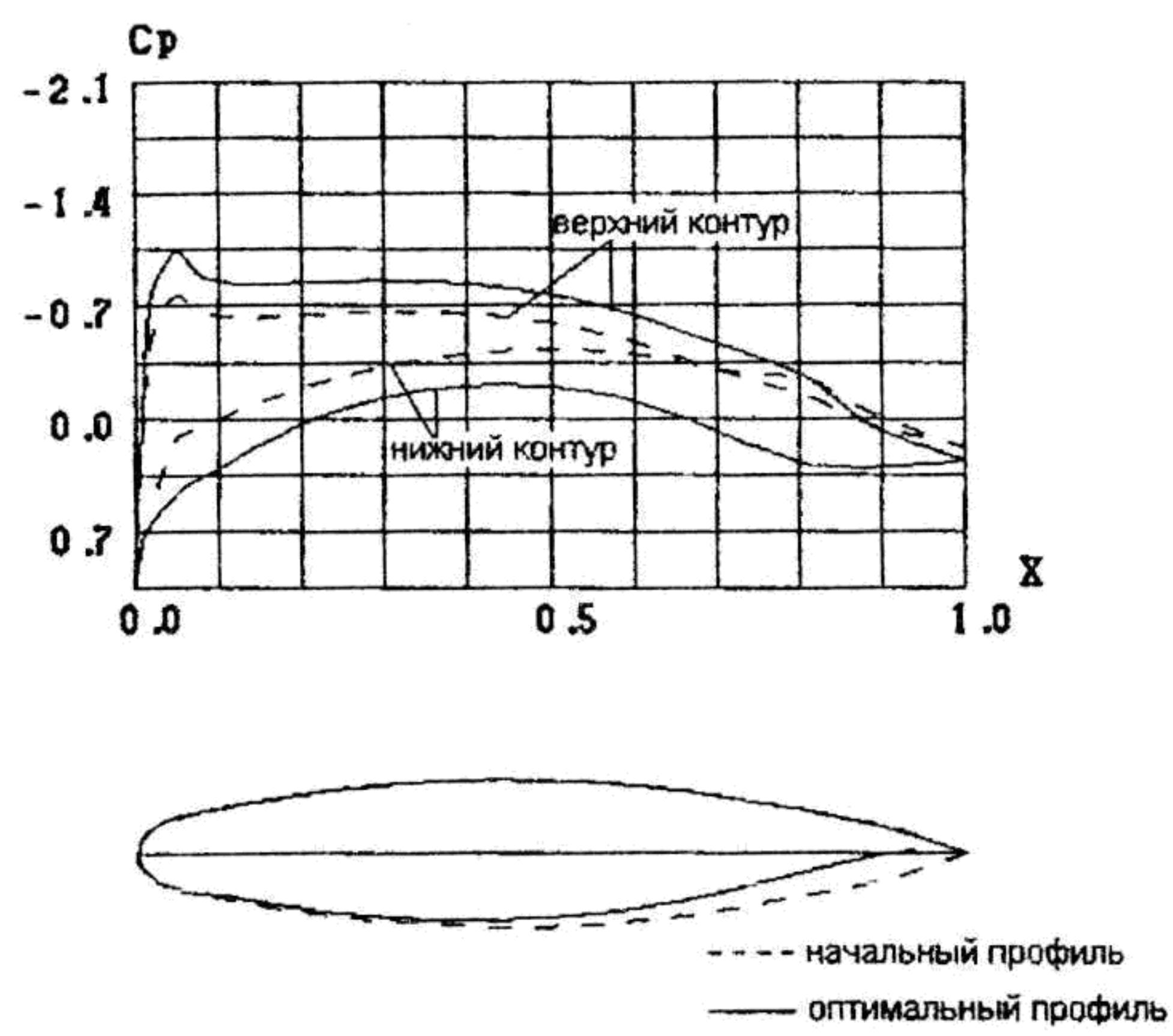


Рис. 12

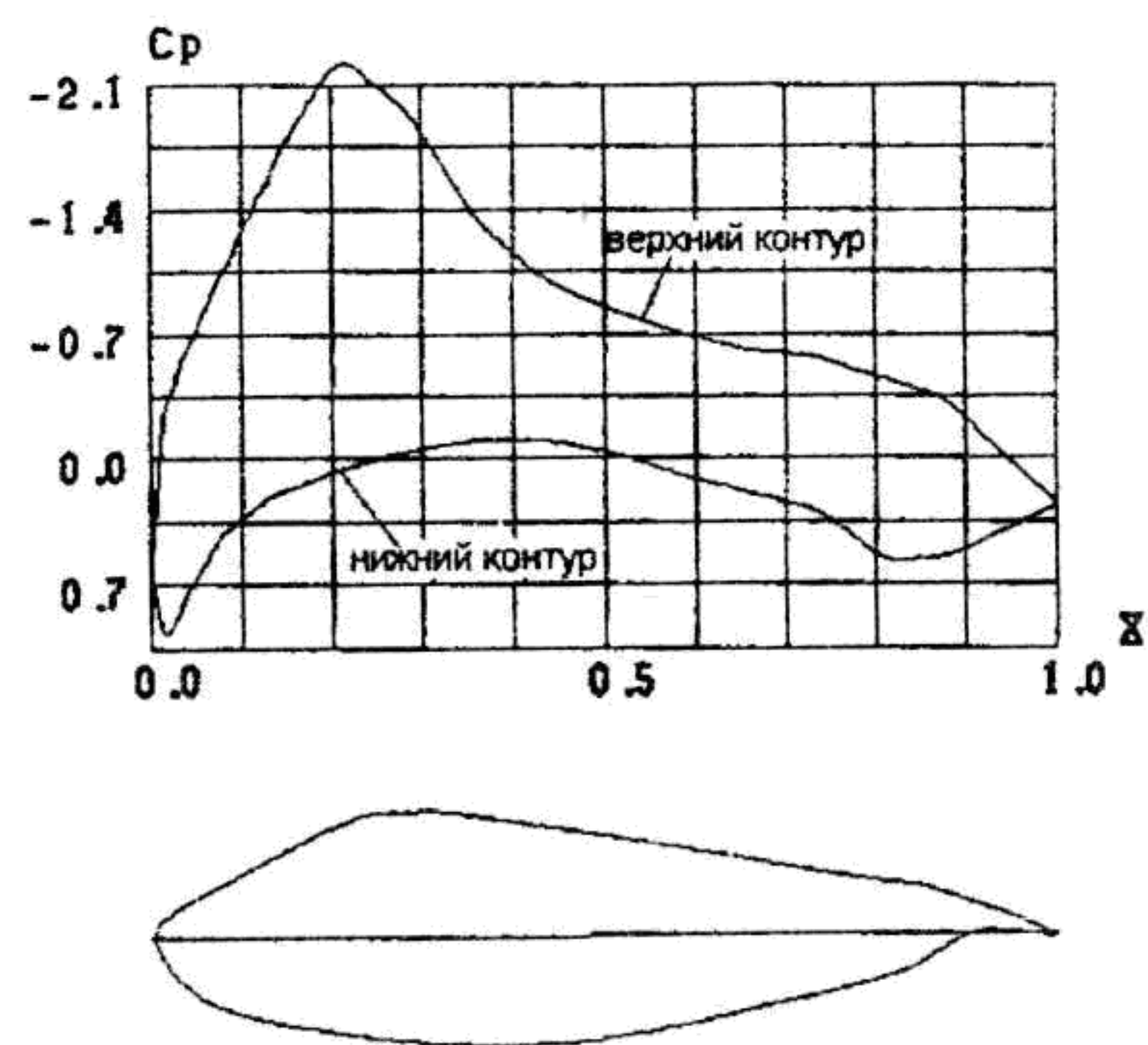


Рис. 13

Ответственный за выпуск С.М. Аульченко

Подписано в печать 22.10.2001

Формат бумаги 64 × 80 / 16, Усл. п. л. 2.0,
Уч.-изд. л. 2.0, Тираж 120 экз., Заказ № 12

Отпечатано на ризографе ЗАО “ИНТЕРТЕК”
630090, Новосибирск-90, Институтская, 4/1